

УДК 621.1

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ БИГАРМОНИЧЕСКОГО ВИБРОГРОХОТА НОВОГО ТИПА

Букин С.Л., канд. техн. наук, доц., Маслов С.Г., соискатель
Донецкий национальный технический университет

Разработана математическая модель движения элементов бигармонического виброгрохота инерционного типа в виде системы из семи нелинейных дифференциальных уравнений.

The article provides a mathematic model of the motion of the elements of a biharmonic shaker of the inertial type. The model is presented as a set of seven nonlinear differential equations.

Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.

Технический прогресс в конструктивных решениях современных грохотов сделали применение тонкого грохочения в технологических схемах обогатительных фабрик экономически целесообразным. Тонкое грохочение, как правило, осуществляется на виброгрохотах, совершающих колебания по линейной или эллиптической траекториям. В последние годы интенсификация технологического процесса происходила по единственному пути – за счет повышения частоты колебаний. В производство было запущено большое количество т.н. «высокочастотных» грохотов практически идентичных конструкций. Однако, по нашему мнению, основным направлением интенсификации процесса тонкого грохочения является применение новых конструктивных схем, реализующих высокодинамические режимы работы, например, полигармонические. Перспективной конструкцией виброгрохота нового типа является бигармонический грохот с четырьмя дебалансными мотор-вибраторами [1]. Выявить преимущества и недостатки такой машины целесообразно на этапе эскизного проектирования с использованием математического моделирования на ЭВМ. Для этих целей необходимо разработать математическую модель динамических процессов нового типа виброгрохота.

Анализ исследований и публикаций. Выполненный анализ известных источников позволил установить, что большинство их посвящены теоретическим и экспериментальным исследованиям динамических схем с гармоническим виброприводом. Лишь ограниченное количество публикаций посвящены вопросам бигармонических виб-

ромашин, например [2-5], подтверждающих перспективность их развития.

Постановка задачи. Для достижения актуальной цели разработки высокоэффективных грохотов для тонкого грохочения разнообразных полезных ископаемых поставлена следующая задача - разработать математическую модель динамического процесса нового виброгрохота для создания программного комплекса и дальнейшего моделирования динамических процессов, что, в конечном счете, позволит произвести сравнение конструктивных вариантов для выбора наиболее рационального.

Изложение материала и результаты. Рассматриваемая система изображена на рис. 1. Короб грохота считаем абсолютно твердым телом, которое связано с неподвижным основанием при помощи упругих элементов 1 и 2. Дебалансные вибровозбудители первой гар-

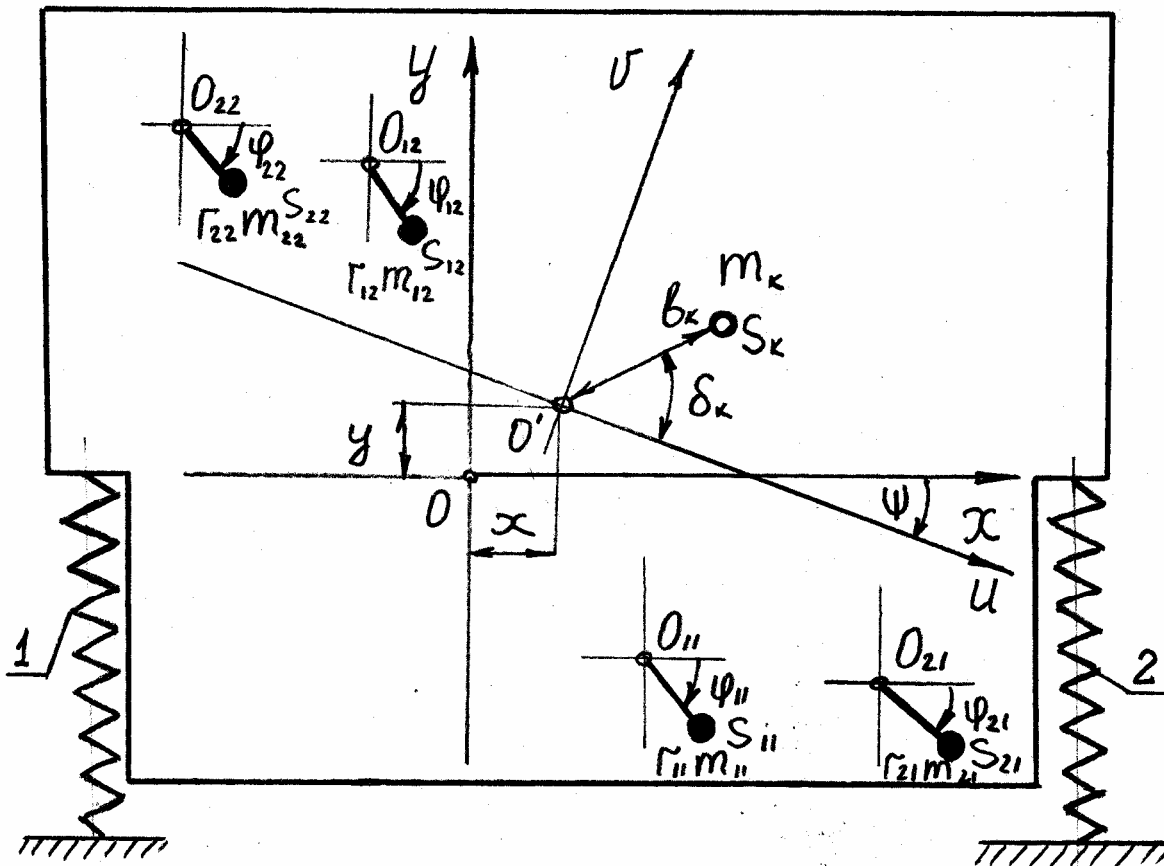


Рис. 1 – Расчетная схема виброгрохота нового типа

моники $O_{11}S_{11}$ и $O_{12}S_{12}$ (первая ступень), а также второй гармоника $O_{21}S_{21}$ и $O_{22}S_{22}$ (вторая ступень) приводятся во вращение от асинхронных электродвигателей (мотор-вибраторы). Оси вибраторов O_{11} , O_{12} , O_{21} , O_{22} перпендикулярны вертикальной плоскости, параллельно которой происходит движение короба. Центры тяжести короба S_k и вибраторов S_{11} , S_{12} , S_{21} , S_{22} расположены в одной вертикальной плоскости. Будем рассматривать плоское движение короба в вертикальной продольной плоскости.

Пусть XOY – неподвижная система прямоугольных осей координат, $UO'V$ – система осей, жестко связанная с коробом с совпадающая с XOY в положении статического равновесия системы.

Положения точек S_k , O_{11} , O_{12} , O_{21} , O_{22} в подвижной системе координат определяются полярными координатами $b_k, b_{11}, b_{12}, b_{21}, b_{22}$ и $\delta_k, \delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{21}, \delta_{22}$.

Примем за обобщенные координаты колебательной системы координаты x и y точки O короба в системе неподвижных осей XOY , угол поворота ϕ короба, отсчитываемый по ходу часовой стрелки, и углы поворотов φ_{11} , φ_{12} , φ_{21} , φ_{22} векторов-эксцентриситетов вибраторов по отношению к неподвижной оси OX , отсчитываемые в том же направлении.

Уравнения движения системы составляем в форме уравнений Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Qq_i, \quad (1)$$

где $L = T - \Pi$ – функция Лагранжа; q_i – обобщенные координаты (в нашем случае $q_1 = x$, $q_2 = y$, $q_3 = \phi$, $q_4 = \varphi_{11}$, $q_5 = \varphi_{12}$, $q_6 = \varphi_{21}$, $q_7 = \varphi_{22}$).

После того как мы выразили координаты центры тяжести короба и вибраторов через обобщенные координаты и, учитывая, что для малых колебаний короба вблизи статического равновесия, можно считать углы поворота короба ϕ малыми по сравнению с единицей и в используемых ниже выражениях положить $\cos \phi \approx 1$, $\sin \phi \approx \phi$.

Кинетическая энергия системы может быть представлена в виде

$$T = \frac{1}{2} \left[m_k (\dot{x}_k^2 + \dot{y}_k^2) + I_{s_k} \dot{\phi}^2 + m_{11} (\dot{x}_{11}^2 + \dot{y}_{11}^2) + I_{s_{11}} \dot{\varphi}_{11}^2 + m_{12} (\dot{x}_{12}^2 + \dot{y}_{12}^2) + I_{s_{12}} \dot{\varphi}_{12}^2 + m_{21} (\dot{x}_{21}^2 + \dot{y}_{21}^2) + I_{s_{21}} \dot{\varphi}_{21}^2 + m_{22} (\dot{x}_{22}^2 + \dot{y}_{22}^2) + I_{s_{22}} \dot{\varphi}_{22}^2 \right], \quad (2)$$

где $I_{s_k}, I_{s_{11}}, I_{s_{12}}, I_{s_{21}}, I_{s_{22}}$ - соответственно центральные моменты инерции короба и вибраторов (относительно центральных осей, перпендикулярных плоскости XOY).

Подставив в выражение (2) значения проекций скоростей, получим окончательно

$$T = \frac{1}{2} \left[m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + I\dot{\phi}^2 + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 I_{ij}\dot{\phi}_{ij}^2 \right] - \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 m_{ij}r_{ij}\dot{\phi}_{ij} \left[\dot{x} \sin \varphi_{ij} + \dot{y} \cos \varphi_{ij} - b_{ij}\dot{\phi} \cos(\varphi_{ij} - \delta_{ij}) \right]. \quad (3)$$

Здесь введены обозначения:

$$m = m_k + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 m_{ij}, \quad J = J_{s_k} + m_k b_k^2 + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 m_{ij} b_{ij}^2, \quad J_{ij} = J_{s_{ij}} + m_{ij} r_{ij}^2, \quad \text{где } i=1, 2; j=1, 2.$$

Потенциальная энергия системы П складывается из потенциальной энергии упругих опор П₁ и потенциальной энергии положений вибровозбудителей П₂: П=П₁+П₂.

Выражение для потенциальной энергии П отсчитываемой от положения статического равновесия, может быть записано в форме

$$П = \frac{1}{2} (C_x x^2 + C_y y^2 + C_\phi \phi^2) + g \left[\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 m_{ij} r_{ij} (1 - \sin \varphi_{ij}) \right]. \quad (4)$$

Здесь g - ускорение силы тяжести; C_x, C_y, C_φ - постоянные, зависящие от жесткости упругих опор и их расположения в равновесном положении короба.

Перейдем к составлению выражений для обобщенных сил.

В рассматриваемом случае обобщенные силы для вращательных координат $\varphi_{11}, \varphi_{12}, \varphi_{21}, \varphi_{22}$ складываются из приведенных к осям вибраторов вращающих моментов двигателей и моментов сил трения в подшипниках вибраторов.

Если использовать статическую характеристику, то вращающий момент асинхронного двигателя, приведенный к оси вибратора, зависит только от угловой скорости $L_{ij} = L(\dot{\phi}_{ij})$.

Момент сил трения в подшипниках вибраторов обычно определяют по формуле

$$R_{ij} = \frac{1}{2} f_{ij} m_{ij} r_{ij} d_{ij} \dot{\varphi}_{ij}^2, \quad i = 1, 2; j = 1, 2, \quad (5)$$

в которой f_{ij} - приведенный к внутреннему диаметру подшипника коэффициент трения; d_{ij} - диаметр внутреннего кольца подшипника.

Следовательно, обобщенные силы для координат φ_{11} , φ_{12} , φ_{21} , φ_{22} , запишутся в виде

$$Q_{\varphi_{ij}} = L_{ij}(\dot{\varphi}_{ij}) - R_{ij}(\dot{\varphi}_{ij}). \quad (6)$$

Обобщенные силы, отвечающие координатам x , y и ϕ запишем в виде

$$Q_x = -\beta_x \dot{x}, \quad Q_y = -\beta_y \dot{y}, \quad Q_\phi = -\beta_\phi \dot{\phi}, \quad (7)$$

где β_x , β_y , β_ϕ - коэффициенты сопротивлений в колебательной системе.

Уравнения движения в форме уравнений Лагранжа второго рода могут быть записаны в форме

$$m\ddot{x} + \beta_x \dot{x} + c_x x = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 m_{ij} r_{ij} (\ddot{\varphi}_{ij} \sin \varphi_{ij} + \dot{\varphi}_{ij}^2 \cos \varphi_{ij}),$$

$$m\ddot{y} + \beta_y \dot{y} + c_y y = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 m_{ij} r_{ij} (\ddot{\varphi}_{ij} \cos \varphi_{ij} - \dot{\varphi}_{ij}^2 \sin \varphi_{ij}),$$

$$I\ddot{\phi} + \beta_\phi \dot{\phi} + c_\phi \phi = - \sum_{i=1}^2 \left\{ m_{i1} r_{i1} b_{i1} \left[\ddot{\varphi}_{i1} \cos(\varphi_{i1} - \delta_{i1}) - \dot{\varphi}_{i1}^2 \sin(\varphi_{i1} - \delta_{i1}) \right] - \right. \\ \left. - m_{i2} r_{i2} b_{i2} \left[\ddot{\varphi}_{i2} \cos(\varphi_{i2} - \delta_{i2}) - \dot{\varphi}_{i2}^2 \sin(\varphi_{i2} - \delta_{i2}) \right] \right\},$$

$$I_{11} \ddot{\varphi}_{11} = L(\dot{\varphi}_{11}) - R(\dot{\varphi}_{11}) + m_{11} r_{11} \begin{bmatrix} \ddot{x} \sin \varphi_{11} + \ddot{y} \cos \varphi_{11} - \\ - b_{11} \ddot{\phi} \cos(\varphi_{11} - \delta_{11}) - g \cos \varphi_{11} \end{bmatrix},$$

$$I_{12} \ddot{\varphi}_{12} = L(\dot{\varphi}_{12}) - R(\dot{\varphi}_{12}) + m_{12} r_{12} \begin{bmatrix} \ddot{x} \sin \varphi_{12} + \ddot{y} \cos \varphi_{12} - \\ - b_{12} \ddot{\phi} \cos(\varphi_{12} - \delta_{12}) - g \cos \varphi_{12} \end{bmatrix},$$

$$I_{21}\ddot{\varphi}_{21} = L(\dot{\varphi}_{21}) - R(\dot{\varphi}_{21}) + m_{21}r_{21} \begin{bmatrix} \ddot{x} \sin \varphi_{21} + \ddot{y} \cos \varphi_{21} - \\ -b_{21}\ddot{\varphi} \cos(\varphi_{21} - \delta_{21}) - g \cos \varphi_{21} \end{bmatrix},$$
$$I_{22}\ddot{\varphi}_{22} = L(\dot{\varphi}_{22}) - R(\dot{\varphi}_{22}) + m_{22}r_{22} \begin{bmatrix} \ddot{x} \sin \varphi_{22} + \ddot{y} \cos \varphi_{22} - \\ -b_{22}\ddot{\varphi} \cos(\varphi_{22} - \delta_{22}) - g \cos \varphi_{22} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Первые три уравнения системы (8) описывают колебания короба, остальные уравнения - движения роторов вибраторов. В совокупности эти уравнения представляют связанную систему, состоящую из семи нелинейных дифференциальных уравнений достаточно сложного вида.

Выводы. Разработанная математическая модель динамики виброгрохота нового типа является базой для дальнейших теоретических исследований движения элементов бигармонической машины нового типа, оптимизации параметров и подготовки обоснованных данных для проектирования опытного образца. Полученная модель может быть использована для широкого спектра вибрационных машин различного технологического назначения.

Список источников.

1. Букин С.Л., Маслов С.Г., Лютый А.П. Вибрационный грохот. Патент Украины на изобретение. Заявка № а 2007 04711 В07В1/40.
2. Блехман И.И. Синхронизация динамических систем. – М.: Наука. - 1971. – 896 с.
3. Букин С.Л., Соломичев Н.Н., Скопец С.В. О преимуществах сухой классификации трудногрохотимых материалов в бигармоническом виброполе // Мат. конф. молод.обогат. / Донецкий гос. техн. ун-т.- Донецк, 1993.- С.73.- Рус. - Деп. в НИИТЭХИМ г. Черкассы.
4. Соломичев Н.Н., Букин С.Л., Лавриненко О.С. Разработка конструкции и выбор параметров антирезонансного трехмассового грохота с бигармоническим возбуждением // Тезисы всесоюзной конф. по вибрац. техн. - Тбилиси. - 1987.- С.88.
5. Букин С.Л., Соломичев Н.Н., Сергеев П.В. Стендовые испытания процесса грохочения зернистых материалов в бигармоническом режиме // Сб. "Обогащение полезных ископаемых". - Днепропетровск: вып. 4(45).- 1999.- С.35-47.

Дата поступления статьи в редакцию: 3.11.08