УДК 004: 519.854

К.В. Кротов (канд.техн.наук, доц.), **Т.Ю. Кротова** (ассист.)
Севастопольский национальный технический университет
krotov_kv@mail.ru

ГРАДИЕНТНЫЙ МЕТОД СОСТАВЛЕНИЯ РАСПИСАНИЙ В МНОГОСТАДИЙНОЙ СИСТЕМЕ С УЧЕТОМ ОТКАЗОВ ПРИБОРОВ

На основе приближенных методов дискретной оптимизации выполняется развитие градиентного подхода при составлении расписаний в многостадийных системах с одинаковым порядком обслуживания требований при учете прогнозируемых отказов оборудования и его (оборудования) последующего восстановления.

многостадийная система, расписания, градиентный метод, прогнозируемые отказы обслуживающих приборов

Введение

В производственных и вычислительных системах в связи с воздействием возмущений на ход технологического (вычислительного) процесса возникает задача составления динамических расписаний обработки требований. К возмущениям, изменяющим запланированный ход технологического (вычислительного) процесса относятся: поступление на обработку требований в различные моменты времени, поступление на обработку требований с различными приоритетами, отказы оборудования и т.д. При этом возможны два подхода к решению сформулированной задачи. Первый подход связан с разработкой методов построения расписаний, которые предполагают перестроение решений при зафиксированном факте воздействия возмущений на процесс обработки (т.е. расписание перестраивается при зафиксированных событиях, влияющих на ход процесса). Второй подход предполагает формирование расписания обработки требований уже с учетом возможного прогнозируемого влияния возмущений на ход процесса обработки. В случае формирования решения при учете прогнозируемого влияния отказа оборудования расписание строится с учетом прерывания работы какого-либо прибора в некоторый прогнозируемый момент времени и простоя этого прибора в течение интервала времени восстановления.

Анализ публикаций

Задача составления динамических расписаний обработки требований в многостадийных системах с использованием точных методов является трудноразрешимой при значительном количестве требований и обслуживающих приборов в системе [1]. Современные методы построения расписаний [1, 2] ориентированы на получение статических решений, в которых не учитывается влияние возмущающих воздействий на ход процесса обработки. Использование разработанных к настоящему времени приближенных методов решения задач дискретной оптимизации [3, 4] для построения динамических расписаний является затруднитель-ным по следующим причинам: для эвристических алгоритмов затруднительно определение точности приближения полученного решения к оптимальному; для приближенных алгоритмов возможно попадание в «ловушку локального экстремума»; для метода ветвей и границ наблюдается резкое возрастание сложности вычислений при увеличении размерности задачи. Одним из способов построения динамических расписаний является градиентный метод [5], однако необходима его адаптация к решению поставленной задачи.

Цель и постановка задач

Цель выполняемой работы по формированию расписаний с учетом влияния на ход обработки возмущающих воздействий состоит в повышении эффективности функционирования систем оперативного планирования обработки требований в многостадийных системах. Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи: обосновывается подход к построению метода составления расписаний, который позволяет учитывать прогнозируемые отказы оборудования и его последующее восстановление; обосновывается алгоритм градиентного метода построения расписаний; выполняется развитие теоретико-решеточных основ методов дискретной оптимизации применительно к решению задач составления расписаний.

Изложение основного материала

Решение задачи составления расписания обработки требований в многостадийной системе с учетом возможных отказов оборудования (в частности, l-го прибора) выполняется в соответствии с обозначениями: множество требований $N=\{1,2,3,\ldots,n\}$ обрабатываемых в системе; мно-жество $M=\{1,2,3,\ldots,m\}$ приборов, выполняющих обработку требований; длительность обработки i-ого требования на l-ом приборе $t_i^l > 0$; моменты времени начала обработки требований на соответствующих приборах (соответственно, i-го требования на l-ом приборе) t_i^{0l}; моменты времени окончания обработки требований на приборах (соответственно, i-го требования на l-ом приборе) $\overline{t_i^l}$; моменты времени поступления требований в систему на обслуживание d_i (в рассматриваемой постановке предполагается, что $d_i = 0$); момент времени (среднее значение) отказа l-го прибора $t_{отк}^l$ (прибор переходит в неработоспособное состояние, обработка требований на этом приборе прекращается до полного восстановления его работоспособности); длительность (среднее значение) восстановления l-го прибора после отказа $t_{восст.}^l$. Порядок поступления требований на обработку на каждом из приборов (очередность обработки требований) может быть определен таким образом, чтобы расписание было оптимальным в соответствии с введенным критерием. Речь идет об определении оптимальной очередности обработки требований на каждом *l*-ом приборе. Обозначив через π^l последовательность запуска требований на обработку на *l*-ом приборе, расписание π может быть определено в виде: $\pi = (\pi^1,\ \pi^2, ,..., \pi^m)$, а последовательность π^l ($l = \overline{1,m}$) – в виде $\pi = (i_1^l,\ i_2^l,..., i_n^l)$, как содержащая требования, поступившие на обслужива-ние в систему при $d_i = 0$. Расписанию π соответствуют моменты времени начала обслуживания *i*-го требования на *l*-ом приборе, обозначенные через t_i^{0l}. В соответствии с этим любое расписание π характеризуется матрицей (t_i^{0l}) начала обслуживания требований на приборах в многостадийной системе. Введены параметры $\overline{t_i^l}$, характеризующие моменты времени окончания обслуживания *i*-го требования на *l*-ом приборе и соответствующая им матрица $(\overline{t_i^l})$. Допустимое множество расписаний определено в соответствии с условиями, введенными в [1].

Для задания критерия, определяющего эффективность формируемого расписания, в рассмотрение введен параметр $\Delta_i^l = \overline{t_{i-1}^l} - \overline{t_i^{l-1}}$, который при $\overline{t_i^{l-1}} < \overline{t_{i-1}^l}$ представляет собой интервал времени ожидания требованием освобождения прибора, на котором это требование должно быть обслужено. Тогда в качестве целевой использована функция, заданная в следующем виде:

$$f(\pi) = \sum_{l=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} \Delta_i^l \to \min, \qquad (1)$$

где n ─ количество требований, m ─ количество приборов.

Решение задачи составления расписания обслуживания требований в многостадийной системе предполагает теоретико-решеточную интерпретацию процесса поиска эффективного решения. Основы теории решеток изложены в [4, 5]. Для интерпретации процесса поиска решения с точки зрения теории решеток должны быть определены множества: частично упорядоченное (ч.у.) множество *F* значений $f(\pi(s))$ – значе-ний критерия для рассматриваемых решений, определенных на множестве натуральных чисел ($f(\pi(s)) \neq 0$ в предположении, что нулевые ожидания требованиями освобождения приборов невозможны), таким образом, на F определено отношение частичного порядка $\le$, в соответствии с которым осуществляется упорядочивание элементов $f(\pi(s))$ множества *F* (т.е. $f(\pi(s)) \le f(\pi(r))$); множество возможных решений задачи *P*, на котором определено отношение частичного порядка $\prec$, предполагающее упорядочивание определенным образом решений $\pi(s) \in P$ (т.е. $\pi(s) \prec \pi(r)$).

На ч.у. множествах F и P могут быть определены нижние и верхние грани. Здесь верхней гранью ч.у. множества F является значение $f(\pi(s))$ — максимальное значение критерия $f(\cdot)$, соответствующего некоторому расписанию $\pi(s)$. Нижней гранью ч.у. множества F является некоторое значение $f(\pi(r))$, являющееся минимальным и соответствую-щее некоторому эффективному расписанию. Аналогичным образом нижней гранью ч.у. множества P является эффективное решение $\pi(r)$, минимизирующее значение целевой функции $f(\cdot)$, верхней гранью ч.у. множества P – некоторое решение $\pi(s)$, соответствующее максимуму $f(\cdot)$.Таким образом, на множествах F и P определены: отношения частичного порядка ($\leq$ на множестве F, $\prec$ на множестве P); верхние и нижние грани ч.у. множеств F и P. Тогда F и P могут быть определены как решетки, соответственно, числовых значений и решений задачи составления расписаний. Для решеток F и P введено изоморфное отображение φ множества решений P на множество F значений $f(\pi(s))$. Аналогичным образом введено обратное изоморфное отображе-ние ψ ч.у. множества значений целевой функции $f(\pi(s))$ (множества F) на ч.у. множество решений P. Для изоморфных отображений φ и ψ выполняются следующие условия [4]: $\varphi : \pi_s \prec \pi_r \Rightarrow f(\pi_s) \leq f(\pi_r)$, $\psi : f(\pi_s) \leq f(\pi_r) \Rightarrow \pi_s \prec \pi_r$.

В соответствии с введенными отображениями местоположение решения $\pi(s)$ в решетке решений P однозначно может быть определено значением $f(\pi(s))$, принадлежащим решетке F. На решетках P и F могут быть определены подрешетки P_1 и F_1, вводимые в рассмотрение в соответствии со следующими рассуждениями:

1) текущее рассматриваемое решение $\pi(s)$ является верхней гранью подрешетки P_1, решения $\pi(r)$, для которых выполняется $\pi(r) \prec \pi(s)$, принадлежат подрешетке P_1 ($\pi(r) \in P_1$); если $\pi(s)$ верхняя грань подрешетки P_1, элементы $\pi(r)$ подрешетки P_1 такие, что $\pi(r) \prec \pi(s)$ (отношение ч.п.), тогда нижней гранью подрешетки P_1 является решение $\pi(r')$, в силу с отображением φ соответствующее значению $f(\pi(r'))$. Так как подрешетка $P_1 \subset P$, то на P_1 индуцировано отношение частного порядка $\prec$, соответствующее отношению ч.п. $\prec$ на P;

2) рассуждения, касающиеся подрешетки $F_1 \subset F$, получаемой реализацией отображения φ подрешетки P_1, являются аналогичными.

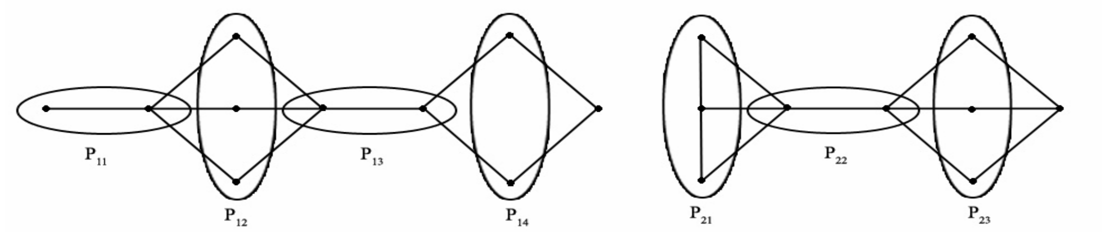
Тогда реализовано отображение φ подрешетки P_1 на подрешетку F_1 и отображение ψ подрешетки F_1 на подрешетку P_1. В соответствии с введенными рассуждениями процесс поиска решений предполагает:

1) определение верхней грани подрешетки P_1 как некоторого текущего решения $\pi(s)$ (в соответствии со значением $f(\pi(s))$ в подрешетке F_1 и отображением ψ);

2) формирование подрешетки P_1 таких решений $\pi(r)$, которые связаны с решением $\pi(s)$ (верхней гранью подрешетки P_1) отношением частичного порядка $\prec$; при этом подрешетка P_1 формируется посредством реализации отображения ψ элементов подрешетки F_1;

3) решением, приближающимся к оптимальному, будет являться решение $\pi(r^{'})$ — нижняя грань подрешетки P_1, в силу отображения φ соответствующая нижней грани подрешетки F_1.

Так как на подрешетке F_1 выполняется отношение частичного порядка $\le$, то $f(\pi(r)) < f(\pi(s))$ либо $f(\pi(r)) = f(\pi(s))$. В соответствии с отображением ψ отношению $f(\pi(r)) < f(\pi(s))$ в подрешетке F_1 соответствует отношение $\pi(r) \prec \pi(s)$ в подрешетке P_1, отношению $f(\pi(r)) = f(\pi(s))$ соответствует отношение $\pi(r)\Theta\pi(s)$ (Θ - отношение эквивалентности (конгруэнция) для решений $\pi(r)$ и $\pi(s)$). Варианты подрешеток P_1 с учетом отношений $\prec$ и Θ между решениями $\pi(r)$ и $\pi(s)$ представлены на Рис. 1.



а) б)

Рисунок 1 – Варианты организации подрешеток решений

Рисунки 1а), 1б) определяют наличие в подрешетке P_1 двух подрешеток решений, связанных отношением эквивалентности Θ (P_{12} и P_{14} на рисунке 1а), P_{21} и P_{23} на рисунке 1б)). При этом подрешетка P_{21} (рис.1б)) соответствует нижней грани подрешетки P_1 – в силу эквивалентности элементов P_{21}, — т.е оптимальному решению. Данные рассуждения опираются на доказанную теорему об эквивалентности решений в подрешетке P_1, соответствующих (в силу отображения ψ) отношению равенства $f(\pi(r)) = f(\pi(s))$ в подрешетке F_1.

Теорема 1.

Отношению равенства = элементов подрешетки F_1 значений критерия $f(\pi(r)) = f(\pi(s))$ в силу отображения ψ соответствует отношение эквивалентности Θ решений $\pi(r)$ и $\pi(s)$ ($\pi(r)\Theta\pi(s)$) в подрешетке решений P_1.

Доказательство.

Доказательство построено на примере подрешетки P_1, изображенной на рисунке 1б). При этом рассматриваются соседние элементы $\pi(r)$ и $\pi(s)$ подрешетки P_1. В силу $f(\pi(r)) = f(\pi(s))$ в подрешетке F_1 (т.к. не выполняется отношение строго порядка $f(\pi(r)) < f(\pi(s))$) и отображения ψ не выполняется отношение покрываемости $<\cdot$ между двумя элементами $\pi(r)$ и $\pi(s)$ ($\pi(r) <\cdot\, \pi(s)$ – не выполняется). Так как $f(\pi(r)) = f(\pi(s)) = a$, то в подрешетке F_1 может быть определена выпуклая подрешетка F_{11}, для которой выполняется $f(\pi(r)) \wedge f(\pi(s)) = a$, $f(\pi(r)) \vee f(\pi(s)) = a$, где $\vee$ и $\wedge$ - операции определения верхней и нижней граней в подрешетке F_{11}. Т.к. для подрешетки F_{11} выполняются условия совпадения верхней и нижней граней, то ее элементы связаны отношением эквивалентности (где отношение = для элементов F_1 может быть определено как отношение эквивалентности). В соответствии с отображением ψ имеем:

1) т.к. $f(\pi(r)) = f(\pi(s))$, то отношение покрываемости $<\cdot$ для $\pi(r)$ и $\pi(s)$ не выполняется, т.е. не выполняются отношения $\pi(r) <\cdot\, \pi(s)$ либо $\pi(s) <\cdot\, \pi(r)$ (здесь отношение покрываемости между элементами определяет их строгий порядок в соответствующей подрешетке);

2) рассматривая решетку P_{21}, состоящую из двух решений $\pi(r)$ и $\pi(s)$, возможно определить верхнюю и нижнюю грани этой подрешетки (подрешетки, состоящей из 2-х элементов); в силу того, что отношение покрываемости для соседних элементов $\pi(r)$ и $\pi(s)$ не выполняется, то нижняя грань подрешетки P_{21} определяется $\pi(r) \wedge \pi(s) = \pi(r)$ (либо $\pi(r) \wedge \pi(s) = \pi(s)$). По аналогии верхняя грань подрешетки P_{21} определена в виде $\pi(r) \vee \pi(s) = \pi(r)$ (либо $\pi(r) \vee \pi(s) = \pi(s)$);

3) тогда для подрешетки P_{21}, состоящей из элементов $\pi(r)$ и $\pi(s)$ выполняются условия эквивалентности решений:

а) $\pi(r) \wedge \pi(s) = \pi(r)$ и $\pi(r) \vee \pi(s) = \pi(r)$, следовательно, $(\pi(r) \vee \pi(s))\,\Theta(\pi(r) \wedge \pi(s))$, значит, $\pi(r)\,\Theta\,\pi(s)$;

б) либо $\pi(r) \wedge \pi(s) = \pi(s)$ и $\pi(r) \vee \pi(s) = \pi(s)$, следовательно, $(\pi(r) \vee \pi(s))\,\Theta(\pi(r) \wedge \pi(s))$, значит, $\pi(r)\,\Theta\,\pi(s)$. Таким образом, элементы $\pi(r)$ и $\pi(s)$ связаны отношением эквивалентности Θ.

Следовательно, в случае выполнения отношения равенства = для элементов $f(\pi(r))$ и $f(\pi(s))$ подрешетки F_1, между элементами $\pi(r)$ и

$\pi(s)$ подрешетки P_1 выполняется отношение эквивалентности Θ (т.е. решения $\pi(r)$ и $\pi(s)$ эквивалентны). Теорема доказана.

Из данной теоремы с использованием рис. 1а) и рис. 1б) могут быть сформулированы следствия:

Следствие 1.

Неизменность значений целевой функции $f(\cdot)$ позволяет определить множество эквивалентных решений (связанных отношением эквивалентности Θ), образующих выпуклую подрешетку решений. Дальнейшее формирование решений позволяет определить подрешетку решений, для которых отношение эквивалентности не выполняется (Рис.1а)). Таким образом, критерием оптимальности найденного решения является возрастание целевой функции (положительное значение градиента целевой функции) для следующего за оптимальным решением (элементом решетки), а не равенство 0 значения этого градиента.

Следствие 2.

В случае, если определена подрешетка эквивалентных решений (подрешетка P_{21} на Рис 1б)), характеризуемых одинаковыми равными значениями целевой функции, а способ формирования решений не позволяет получить их новые варианты, то в качестве оптимального расписания (локально-оптимального в данном рассматриваемом направлении) может бы принято любое из эквивалентных решений (элементов) подрешетки.

Формирование подрешетки решений, нижней гранью которой является эффективное расписание, минимизирующее критерий, осуществляется на основе анализа значения левого (либо правого) градиента целевой функции. Левый (правый) градиенты целевой функции определяются на основе значений критерия вида (1) (формируемых для некоторых решений $\pi(s)$ и $\pi(s+1)$) следующим образом [5]: левый градиент $\nabla^{-} f(\pi(s)) = f(\pi(s+1) - f(\pi(s))$, при условии выполнения отношения частичного порядка между решениями $\pi(s)$ и $\pi(s+1)$ вида $\pi(s+1) \prec \pi(s)$; правый градиент $\nabla^{+} f(\pi(s)) = f(\pi(s+1)) - f(\pi(s))$, при условии выполнения отношения частичного порядка между решениями $\pi(s)$ и $\pi(s+1)$ вида $\pi(s) \prec \pi(s+1)$.

По аналогии с рассмотренной выше ситуацией, подрешетка решений с монотонным возрастанием значений критерия формируется в соответствии с условием $\nabla_l^{+} f(\pi(s)) \geq 0$ (где градиент целевой функции вычисляется относительно исходного решения $\pi(s)$). Если для решений $\pi(s)$ и $\pi(s+1)$ значение левого градиента вдоль соответствующего направления l $\nabla_l^{-} f(\pi(s)) \leq 0$, то решения $\pi(s)$ и $\pi(s+1)$ связаны отношением частичного порядка в виде: $\pi(s+1) \prec \pi(s)$. Если для решений $\pi(s)$ и $\pi(s+1)$ значение правого градиента $\nabla_l^{+} f(\pi(s)) \geq 0$, то $\pi(s)$ и $\pi(s+1)$ связаны отношением частичного порядка $\pi(s) \prec \pi(s+1)$. С точки зрения теоретико-решеточного представления процесса поиска решения, сформулирована теорема, определяющая условие оптимальности рассматриваемого решения $\pi(s)$.

Теорема 2.

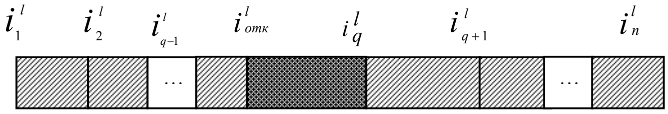
Решение $\pi(s)$ задачи на минимум критерия является локально оптимальным (оптимальным для рассматриваемого направления *l*), если для $\pi(s)$ выполняется условие $\nabla_l^+ f(\pi(s)) \geq 0$. При $\nabla_l^+ f(\pi(s)) \geq 0$ новое решение $\pi(s+1)$ не может улучшить текущее решение $\pi(s)$ с точки зрения минимизации целевой функции.

Доказательство.

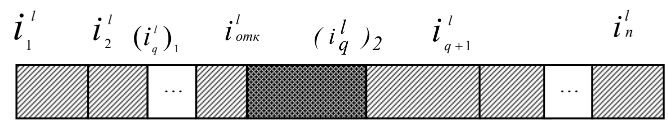
Доказательство построим с точки зрения теоретико–решеточной интерпретации процесса поиска решения. Рассмотрим три решения: $\pi(s-1)$, $\pi(s)$, $\pi(s+1)$, которые должны быть связаны отношением ч.п. $\prec$. Каждое из решений характеризуется значением целевой функции $f(\pi)$. Допустим, что $f(\pi(s)) < f(\pi(s-1))$ и $f(\pi(s)) < f(\pi(s+1))$. В силу того, что $f(\pi(s)) < f(\pi(s-1))$, то $\nabla_l^- f(\pi(s-1)) = f(\pi(s)) - f(\pi(s-1)) < 0$. Таким образом, решение $\pi(s)$ является таким, что обеспечивает улучшение значения целевой функции (при этом $\pi(s) \prec \pi(s-1)$). В том случае, если $f(\pi(s)) < f(\pi(s+1))$, то условие $\nabla_l^- f(\pi(s)) < 0$ не выполняется, следовательно (в силу отображения ψ), не выполняется и условие для отношения частичного порядка $\prec$ для $\pi(s)$ и $\pi(s+1)$ ($\pi(s+1) \prec \pi(s)$ не выполняется). В силу того, что условие $\nabla_l^- f(\pi(s)) < 0$ не выполняется, но при этом выполняется условие $\nabla_l^+ f(\pi(s)) > 0$, то связывание решений $\pi(s)$ и $\pi(s+1)$ отношением ч.п. $\prec$ возможно в виде $\pi(s) \prec \pi(s+1)$. Хотя характер связи решений $\pi(s-1)$ и $\pi(s+1)$ отношением $\prec$ дополнительно не оговаривается, однако в силу $\pi(s) \prec \pi(s-1)$ и $\pi(s) \prec \pi(s+1)$ решение $\pi(s)$ может являться нижней гранью соответствующей подрешетки, что позволяет говорить о нем, как о локально оптимальном решении (в силу введенных выше понятий). Таким образом, при решении задачи на минимум выполнение условия $\nabla_l^+ f(\pi(s)) > 0$ позволяет говорить о том, что решение $\pi(s)$ может рассматриваться в качестве локально оптимального. Теорема доказана.

Способ формирования последовательностей $\pi^l(s)$ предполагает, что для каждой $\pi^l(s) = \left\{i_1^l, i_2^l, \ldots, i_q^l, \ldots, i_k^l\right\}_s$ (где $l = \overline{1,m}$), оптимизированной на некотором шаге алгоритма (при *k<n,* где *k*– индекс требования, размещенного в последовательностях на предшествующих шагах алгоритма) вводится в конец последовательности новое требование $i_{k+1} \in N$ $(k+1 \leq n)$, местоположение которого в $\pi^l(s)$ должно быть

определено. Особенности решаемой задачи, связанные с прогнозируемым отказом оборудования, предполагают модификацию значения длительности обслуживания t_i^l одного из требований в последовательности, начало обработки которого совпадает с прогнозируемым отказом оборудования либо обработка которого прерывается отказом оборудования. Введенные положения комментирует Рис.2, на котором представлены две возможные упомянутые выше ситуации: начало обработки требования i_q^l совпадает с отказом оборудования l (Рис.2а); обработка требования i_q^l прерывается отказом оборудования l и его последующим восстановлением (Рис.2б).



а)



б)

Рисунок 2 – Модификация длительности обслуживания требования, связанная с отказом и восстановлением оборудования.

Отказ оборудования и его восстановление проинтерпретированы как поступление и обработка некоторого требования $i^l_{отк}$, прерывающего работу l-го прибора. Время поступления на «обработку» этого требования соответствует времени отказа оборудования $t^l_{отк}$, а само время «обработки» этого требования соответствует времени восстановления отказавшего прибора $t^l_{восст}$.

При этом предполагается, что момент времени отказа прибора l ($t^l_{отк}$) и длительность его восстановления ($t^l_{восст}$) заданы (в рамках решаемой задачи) как средние значения (т.е. среднее время наработки на отказ l-ого прибора $t^l_{отк}$ и средняя длительность восстановления l-ого прибора после отказа $t^l_{восст}$). В соответствии с введенными обозначениями длительность обработки требования i^l_q, начало операций с которым на l-ом приборе совпадают с отказом оборудования либо операции с которым прерываются отказом, определяется следующим образом:

$$(t^l_{i_q})_m = t^l_{восст} + t^l_{i_q} \text{ при } t^{0l}_{i_q} = t^l_{отк}, \tag{2}$$

$$(t^l_{i_q})_m = (t^l_{i_q})_1 + t^l_{восст} + (t^l_{i_q})_2 \text{ при } t^{0l}_{i_q} < t^l_{отк}, \overline{t^l_{i_q}} > t^l_{отк},$$

где $(t^l_{i_q})_m$ — модифицированная длительность обработки соответствую-щего i_q-го требования, $(t^l_{i_q})_1$- длительность интервала обработки требования i_q, предшествующего прогнозируемому моменту времени отказа прибора $t^l_{отк}$, $(t^l_{i_q})_2$– длительность завершающего интервала обработки, следующего за моментом времени полного восстановления оборудования, определяемого как $t^l_{отк} + t^l_{восст}$.

Способ введения требования i_{k+1} в сформированные на предыдущих шагах алгоритма последовательности $\pi^l(s-1)$, определения местоположения требования i_{k+1} в этих последовательностях предполагает выполнение шагов:

1) последовательности $\pi^l(s-1)$ оптимизированные для *k* требований (*k<n)*, рассматриваемых на предыдущих *(s-1)*-ом шагах алгоритма, имеют вид:

$$\pi^l(s-1) = \left\{i^l_1, i^l_2, ..., i^l_q, ..., i^l_k\right\}_{s-1}; \qquad (3)$$

при этом предполагается, что последовательность $\pi^{l'}(s-1)$, связанная с отказавшим прибором l', содержит требование $i^{l'}_q$, начало обработки которого совпало с отказом оборудования, либо обработка которого была прервана отказом оборудования (длительность обработки $i^{l'}_q$ модифицирована по (2)); таким образом, расписание $\pi(s-1)$ является эффективным для рассматриваемых *k* требований;

2) в конец последовательностей вида (3) для приборов, работа которых не прерывается отказом ($l \in [1, l') \cup (l', m]$) добавляется требование i_{k+1} $(k+1 \le n)$, в конец $\pi^{l'}(s-1)$ прибора l'добавляется требование i_{k+1}; результирующий вид последовательностей для l-ых и l'-ого приборов следующий: $\pi^l(s) = \left\{i^l_1, i^l_2, ..., i^l_k, i^l_{k+1}\right\}_s$, $\pi^{l'}(s) = \left\{i^{l'}_1, i^{l'}_2, ..., i^{l'}_q, ..., i^{l'}_k, i^{l'}_{k+1}\right\}_s$; для полученного решения определяется значение $f(\pi(s))$;

3) в каждой из последовательностей $\pi^l(s)$ $(l = \overline{1,m})$ изменяется порядок требований i^l_k и i^l_{k+1} (соответственно, $i^{l'}_k, i^{l'}_{k+1}$); если для требования $i^{l'}_{k+1}$ в последовательности $\pi^{l'}(s)$ выполняются условия: $t^{0l'}_{i_{k+1}} = t^{l'}_{отк}$, либо $t^{0l'}_{i_{k+1}} < t^{l'}_{отк}$ и $\overline{t^{l'}_{i_{k+1}}} > t^{l'}_{отк}$, то длительность обработки требования i_{k+1} модифицируется по (2); если до реализации изменения порядка требований $i^{l'}_k$ и $i^{l'}_{k+1}$ условие (2) выполнялось для требования $i^{l'}_k$ (а после реализации перестановки требований оно выполняется для требования $i^{l'}_{k+1}$), то вместо модифицированной длительности обработки требования $i^{l'}_k - (t^{l'}_{i_k})_m$,– при

расчете критерия применяется исходная (начальная) длительность $t_{i_k}^{l'}$; в результате выполненной перестановки требований последовательности $\pi^l(s)$ и $\pi^{l'}(s)$ примут вид: $\pi^l = \{i_1^l, i_2^l, ..., i_{k+1}^l, i_k^l\}$; $\pi^{l'} = \{i_1^{l'}, i_2^{l'}, ..., i_{k+1}^{l'}, i_k^{l'}\}$, для каждого из m полученных решений определяется $f(\pi(s+j))$ (при $j=\overline{1,m}$);

4) для решения $\pi(s)$ и сформированных решений $\pi(s+j)$ определяются значения $\nabla_l^+ f(\pi(s))$ либо $\nabla_l^- f(\pi(s))$ по соответствующим направлениям; в результате сформировано множество идентификаторов направлений l изменения функции $f(\pi_s)$, в которых гарантируется $\nabla_l^- f(\pi(s)) < 0$; среди направлений l (в множество которых при $\nabla_l^- f(\pi_s) < 0$ включено направление l') выбирается направление l^*, в котором гарантируется максимальное уменьшение целевой функции, т.е. $\max_l(|\nabla_l^- f(\pi(s))|,\ при \nabla_l^- f < 0) \to l^*$; в определенном таким образом направлении l^* осуществляется последующее изменение целевой функции $f(\pi(s))$; для этого требование i_{k+1} «продвигается» в начало последовательности $\pi^{l^*}(s)$, при этом учитываются следующие особенности определения местоположения требования i_{k+1} в $\pi^{l^*}(s)$:

а) если $l^* \neq l'$ (т.е. определенное направление l^* не соответствует прибору, для которого фиксируется отказ в $t_{отк}^{l'}$), то положение требования i_{k+1} изменяется до тех пор, пока $\nabla_{l^*}^- f(\pi(s+p)) \le 0$ (*p={1,2,…}*) и не выполняется $\nabla_{l^*}^+ f(\pi(s)) > 0$ (это гарантирует выход из зоны «локального экстремума», в которой оказалась целевая функция $f(\pi(s))$ при реализации описанного выше способа формирования решений);

б) если $l^* = l'$, то для требования i_{k+1} при его перемещении в начало последовательности $\pi^{l^*}(s)$ фиксируется выполнение условия (2) для этого требования, при этом осуществляется модификация длительности его обработки; последующая модификация решений, связанная с изменением положения требования i_{k+1} в последовательности $\pi^{l^*}(s)$ ($l^* = l'$) выполняется до реализации условия $\nabla_{l^*}^+ f(\pi(s)) > 0$.

На основе рассмотренного выше способа упорядочивания требований в последовательностях $\pi^l(s)$ предложен градиентный метод формирова-ния расписаний $\pi(s)$. Обозначим через N_s множество тех требований, размещение которых в последовательностях $\pi^l(s)$ необходимо реализовать. При введенных обозначениях и рассуждениях алгоритм метода однокоординатного спуска для задачи составления расписания предполагает выполнение следующих шагов:

1) в качестве исходного решения рассматривается решение $\pi(s-1)$; данное решение является эффективным расписанием, сформированным для k требований; новое решение $\pi(s)$ формируется путем добавления в конец каждой последовательности $\pi^l(s-1)$ требования $i_{k+1} \in N_s$ (при этом $k+1 \le n$, $N_s = N_{s-1} \setminus \{i_{k+1}\}$); для полученного таким образом решения вычисляется значение функции $f(\pi(s))$; последующие шаги алгоритма позволят определить оптимальное местоположение требования i_{k+1} в последовательностях $\pi^l(s)$, связанных с каждым из приборов (включая l'-ый отказывающий прибор);

2) введено множество M_s индексов направлений, для которых на s-ом шаге осуществляется изменение значения целевой функции $f(\pi(s))$ (для исходного решения $\pi(s)$ $M_s = \{1,2,...,m\}$, т.о. $|M_s| = m_1$ для любого количества направлений);

3) для каждого направления $l \in M_s$ выполняется изменение текущего решения $\pi(s)$ (перемещение рассматриваемого требования i_{k+1} на одну позицию в начало последовательности $\pi^l(s)$) и определение значения функции $f(\pi(s+j))$, где

$$j = \overline{1, m_1},\ m_1 = |M_s|,\ M_{s+1} = M_s \setminus l^*, \tag{4}$$

где l^* – то направление изменения функции, гарантирующее ее максимальное уменьшение, для которого на данном проходе алгоритма выполняется оптимальное размещение требования i_{k+1} в последовательности $\pi^{l^*}(s)$; в результате изменения исходного решения $\pi(s)$ может быть получено $m_1 = |M_s|$ новых решений $\pi(s+j)$ ($j = \overline{1, m_1},$), среди которых определяются те, для которых $\nabla_l^- f(\pi_s) \le 0$;

4) определение множества N_s^p тех направлений l изменения функции $f(\pi(s))$, вдоль которых возможно улучшение решения $\pi(s)$ (т.е. гарантирующих $\nabla_l^- f(\pi(s)) \le 0$);

5) среди полученных $\nabla_l^- f(\pi(s)) \le 0$ (направлений в множестве N_s^p) определяется то, которое гарантирует максимальное уменьшение $f(\pi(s))$ в соответствующем направлении l^*(выполнение условия $l^* \to \max\limits_l (|\nabla_l^- f(\pi(s))|)$ при $\nabla_l^- f(\pi_s) \le 0$); после определения направления l^* в нем выполняется такое количество шагов путем реализации перестановки требования i_{k+1} на один шаг в начало рассматриваемой последовательности, связанной с направлением l^*, которое гарантирует $\nabla_{l^*}^- f(\pi(s)) \le 0$; в случае если $l^* = l'$, то при выполнении для требования i_{k+1} условий (2) осуществляется модификация длительности его обработки; при

выполнении для вновь сформированного решения условия $\nabla^{+}_{l^*} f(\pi(s)) > 0$ полученная последовательность $\pi^{l^*}(s)$ фиксируется, множество M_S изменяется в соответствии (4); реализуется переход к шагу 3);
6) если $M_s = \varnothing$ либо $N_s^p = \varnothing$, то данное требование i_{k+1} размещено в последовательностях $\pi^l(s)$ так, чтобы гарантировать минимальное значение $f(\pi(s))$; в этом случае, если $N_s \neq \varnothing$ из N_s выбирается новое требование и выполняется переход к шагу 1; при этом вид множества N_s модифицируется;
7) если множество $N_s = \varnothing$, то получено эффективное расписание обработки требований в многостадийной системе из m приборов.

Выводы

Результатами выполненных исследований являются:
1) разработанный градиентный метод построения расписания обслуживания требований в многостадийной системе с учетом возможного (прогнозируемого) отказа обслуживающих приборов;
2) разработанный способ формирования последовательностей требований на соответствующих приборах в системе, которые могут быть оптимизированы предложенным градиентным методом составления расписаний.

Библиографический список

1. Танаев В.С. Теория расписаний. Многостадийные системы / В.С. Танаев, Ю.Н.Сотсков, В.А.Стусевич. – М.: Наука, 1989. ─ 328 с.
2. Сигал И.Х. Введение в прикладное дискретное программирование: модели и вычис-лительные алгоритмы / И.Х. Сигал, А.П. Иванова. – М.: Изд-во «Физматлит», 2003. - 240 с.
3. Ковалев М.М. Дискретная оптимизация. Целочисленное программирование / М.М. Ковалев. – М.: Изд-во «Едиториал УРСС», 2003. - 192 с.
4. Гретцер Г. Общая теория решеток / Г.Гретцер.─М.: Мир,1981.─ 456 с.
5. Ковалев М.М. Матроиды в дискретной оптимизации / М.М. Ковалев. – М.: Изд-во «Едиториал УРСС», 2003.─ 224 с.

Надійшла до редакції 18.10.2010 *Рецензент: канд.техн.наук,доц. Зеленева И.Я.*

К.В. Кротов, Т.Ю.Кротова
Севастопольський національний технічний університет вул.

Градієнтний метод складання розкладів у багатостадійній системі з однаковим порядком обслуговування вимог з урахуванням відказу приборів. Згідно з приближеними методами дискретної оптимізації виконується розвиток градієнтного метода складання розкладів у багатостадійних системах з однаковим порядком обслуговування вимог з урахуванням відказу приборів.

багатостадійна система, розклади, градієнтний метод, прогнозуємі відказ обслуговуючих приборів

K.V. Krotov, T.Y. Krotova
Sevastopol national technical university

Shedule Composition Gradient Method in Multi-Stage System with the Same Claim Service Degree with Registration of Refusal of Apparatus. According to approximate discrete optimization methods the development of schedule composition gradient method in multi-stage system with same claim service degree with registration of refusal of apparatus is carried out.
multi-stage system, schedule, gradient method, registration of refusal of apparatus