

HAUTEUR THEORIQUE D'UNE POMPE A DEBLAI

A. BENRETEM

V. MORGONOV

Le transport des solides à travers les conduites est actuellement appliqué dans l'industrie, plusieurs installations dans le monde utilisent ce mode de transport à cause de ces avantages économiques.

La première installation est exécutée en 1884 en Pennsylvania. Malgré des travaux de recherche approfondis notre connaissance sur l'écoulement des liquides-solides est regrettablement un peu limitée et rudimentaire, entre temps la nécessité du contrôle des processus renferment les mélanges liquides-solides et l'étude des facilités pour manoeuvrer les boues est alimentée par l'accumulation de grande quantité de données expérimentales. Les pompes centrifuges à déblai sont largement appliquées dans le transport hydraulique des usines d'enrichissement, des carrières, des mines, etc...

Comme d'habitude on détermine la hauteur théorique des pompes centrifuges en se basant sur la théorie de filette de l'écoulement du liquide et les coefficients de correction qui tiennent compte du nombre fini d'aubes et du retrécissement du flux du liquide à la sortie de la roue d'action.

La construction des aubages des pompes à déblai est telle que les canaux sont plus grands que ceux des pompes ordinaires, de plus les sections de ces dernières à la sortie de la roue sont très grandes à cause du petit nombre d'aubes, cela provoque le décollement du courant à la sortie. Ce phénomène peut avoir lieu dans les régimes optimaux et surchargés, il a été observé par les chercheurs de l'institut de mine de Moscou à l'aide de la cinématographie ultra rapide pendant le fonctionnement des pompes à déblai en eau et en mélange et on a fixé les frontières des zones de décollement pour plusieurs roues mobiles l'une d'elles est représentée par la Fig 1.

La présence des zones de décollement change le caractère de l'écoulem-

-ment des aubes par le liquide par rapport à celui des pompes normales,

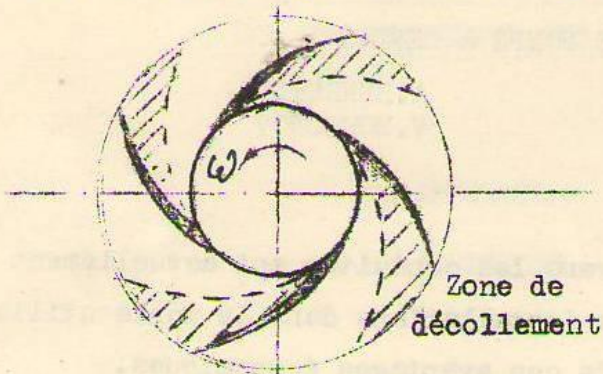


Fig 1

voilà pourquoi l'application du coefficient de la vitesse circonferentielle  $Y = \frac{C_{u2}}{C_{u2\infty}}$  et celui du rétrécissement pour déterminer la hauteur théorique de la pompe à déblai est impossible. De plus il est impossible aussi d'utiliser la théorie des grilles tournantes pour telles roues si

les zones de décollement sont inconnues.

A l'époque actuelle il n'existe aucune méthode précise pour déterminer les zones de décollement mais on peut utiliser les méthodes approximatives qui tiennent compte de l'influence du nombre d'aubes fini sur la hauteur théorique de la pompe par exemple la méthode de Stodola-Maizel.

La caractéristique idéale de la pompe avec le nombre d'aubes fini est:

$$H_{th} = \frac{1}{g} \left( \left( U_2^2 - \frac{U_2 Q_r \cotg B_2}{\pi 2R_2 b_2 \psi_2} \right) - U_1 C_{u1} \right) \quad (1)$$

où:

$R_2$  : rayon de sortie de la roue d'action, m

$Y$  : coefficient de correction du nombre d'aubes

$Q_r$  ; débit de la roue ; m<sup>3</sup>/s

$b_2$  : largeur de la roue ; m

$\psi_2$  : coefficient d'obstruction du flux à la sortie de la roue mobile.

$B_2$  : angle de  $\vec{w}$  et de  $-\vec{U}$

$C_{u1}$  : projection de la vitesse absolue sur la tangente à la roue, m/s

$U_1, U_2$  : vitesse d'entraînement à l'entrée et à la sortie de la roue. m/s.

$\omega$  ; vitesse angulaire de la roue d'action ; rad/s.

Considérons le mouvement relatif du liquide dans la roue en tenant compte de la rotation de tout le système avec une vitesse angulaire  $\omega$  et faisons l'analyse de l'influence du décollement du flux sur les coefficients  $Y$  et  $\psi_2$ .

Dans ce cas le flux relatif se divise en deux l'un c'est l'écoulement dans le cas du nombre d'aubes infini l'autre c'est le flux créé par le tourbillon relatif par rapport à l'axe déterminé, les frontières du tourbillon sont les surfaces antérieures et postérieures des aubes et les arcs des circonférences d'entrée et de sortie de la roue.

En appliquant le schéma de calcul pour l'écoulement avec la zone de décollement entre les aubes, le tourbillon sera limité par l'aube et la zone de décollement à l'arrière de l'aube voisine Fig 2.a.

On suppose que la ligne de la zone de décollement est équidistante à la face arrière de l'aube (ab) qui est en réalité cb pour simplifier la détermination du coefficient  $Y$ .

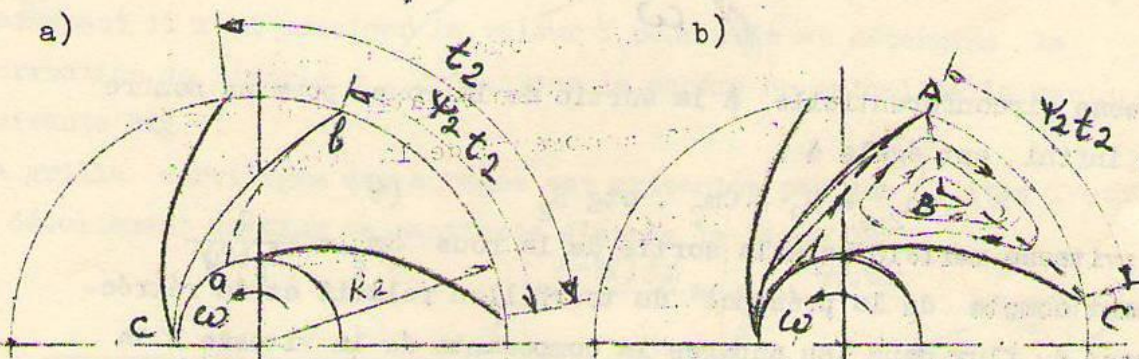


Fig 2. Schéma de l'écoulement du flux du liquide à travers les aubages de la pompe.

Si la distance entre les axes des aubes voisines est égale à  $t_2 = \frac{2R_2\pi}{Z}$  la longueur de la ligne du tourbillon le long de la circonférence de sortie de la roue sera égale à  $t_2\psi_2$ .

La circulation de la vitesse le long du contour est déterminée par Stodola pour cela on considère le triangle ABC dont les lignes AB et BC sont normales aux lignes des tourbillons, alors  $AC = t_2\psi_2$ .

La circulation de la vitesse le long du contour ABC suivant le théorème

de Stokes est :

$$\Gamma = 2\omega S_{abc} = \frac{2\pi R_2 \Delta W_m}{Z} \psi_2 \quad (2)$$

où  $Z$  : nombre d'aubes

$\Delta W$  : vitesse moyenne du tourbillon le long de la ligne AC .

La circulation de la vitesse le long des lignes AB et BC est nulle à cause de la direction normale vers les lignes des tourbillons.

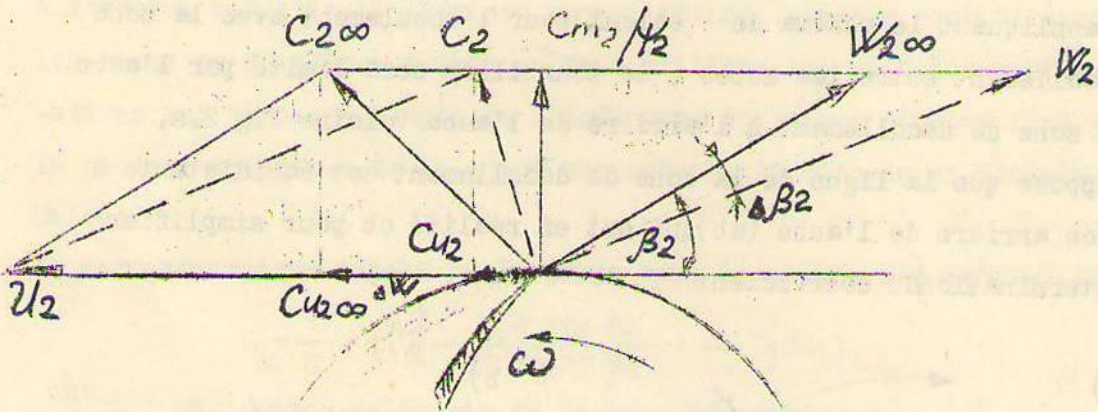
En changeant la surface du triangle curviligne ABC par une surface d'un triangle rectangle on aura :

$$2S_{abc} = t_2 \psi_2 \cos(\beta/2) \cdot \sin(\beta_2/2) \cdot t_2 \psi_2 = \frac{t_2^2}{2} \sin \beta_2 \psi_2^2 / 2 \quad (3)$$

de (2) et (3) on tire :

$$W_m = \omega \frac{t_2^2 \psi_2}{2} \sin \beta_2 = \omega \psi_2 \frac{R_2 \pi}{Z} \sin \beta_2 = \frac{U_2 \pi \sin \beta_2}{Z} \psi_2$$

Considérons le parallélogramme des vitesses dans la roue mobile



La vitesse circonférentielle à la sortie de la roue pour un nombre d'aube infini est égale à :

$$Cu_{2\infty} = U_2 - Cm_2 \cdot \text{ctg } \beta_2 \quad (4)$$

$Cm_2$  : vitesse méridienne à la sortie de la roue  $Cm_2 = \frac{Q}{D_2 b 2\pi}$

En tenant compte de la présence du tourbillon relatif et du rétrécissement du flux dans les aubages la composante de la vitesse à la sortie sera :

$$Cu_2 = Cu_{2\infty} - \Delta W = U_2 - \frac{Cm_2 \text{ctg} \beta_2}{\psi_2} - \frac{U_2 \pi \sin \beta_2}{Z} \psi_2$$

$$Cu_2 = U_2 \cdot \left( 1 - \frac{\pi \sin \beta_2}{Z} \psi_2 \right) - \frac{Cm_2 \cdot \text{ctg } \beta_2}{\psi_2} \quad (5)$$

En comparant les équations (4) et (5) on obtient le coefficient de correction Y compte tenu de l'influence du nombre d'aubes fini sur la hauteur théorique créée par la pompe à déblai :

$$Y = 1 - \frac{\pi \sin \beta_2}{Z} \psi_2 \quad (6)$$

de (6) on voit que le coefficient de rétrécissement  $\psi_2$  influence sur le

coefficient  $\psi_2$  sur le débit théorique de la pompe .

Déterminons l'influence des paramètres de la roue mobile et ceux du flux du liquide sur le coefficient  $\psi_2$  .

De l'équation (5) on tire :

$$\frac{C_{m_2} \operatorname{ctg} \beta_2}{\psi_2} + \frac{U_2 \pi \psi_2 \sin \beta_2}{Z} = U_2 - C_{u_2}$$

On peut voir que la partie gauche de cette équation a le minimum pour une valeur bien déterminée du coefficient du rétrécissement, dans ce cas la vitesse  $C_{u_2}$  est maximale pour un débit et une vitesse de la roue donnée, c'est à dire dans les aubages apparaît le décollement du flux avec l'intensité diverse. La condition de la formation du décollement du flux pour une vitesse  $C_{u_2}$  maximale peut être présentée par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\partial}{\partial \psi_2} \left( \frac{C_{m_2} \operatorname{ctg} \beta_2}{\psi_2} + \frac{\sin \beta_2 \psi_2}{Z} \right) = 0$$

d'où : 
$$\psi_2 = \sqrt{\frac{C_{m_2} \cdot Z \cdot \operatorname{ctg} \beta_2}{U_2 \cdot \pi \cdot \sin \beta_2}}$$

Maintenant il faut préciser la valeur  $\beta_2$  pour cela on détermine la correction de l'angle  $\beta_2$ . Présentons le schéma de calcul de la manière suivante Fig 3.

La grille curviligne des aubages est présentée par les droites CF et ED. le décollement du flux se manifeste d'après la ligne CB.

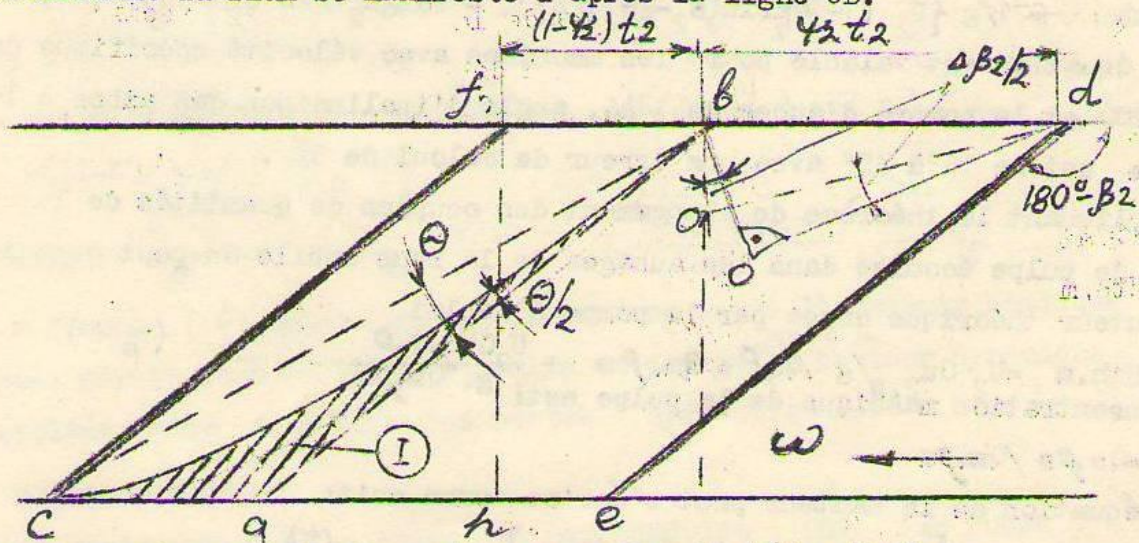


Fig 3. schéma de calcul de la correction de l'angle  $\beta_2$  .

Dans ce cas la normale à la ligne du flux se déplace vers le côté de la masse du tourbillon (I) et le centre de rotation sera O'. Supposons que l'angle bO'd est égale à 90° alors l'angle O'db est plus petit que celui Odb c'est à dire il faut prendre l'angle  $\beta_2 - \Delta\beta_2$  au lieu de  $\beta_2$  dans la formule (6). En considérant le triangle rectangle Cba et celui curviligne cba on peut dire que :

$$\frac{180^\circ - \beta_2 + \theta}{2} - \frac{180^\circ - \beta_2 + \theta/2}{2} = \Delta\beta_2$$

donc :

$$\frac{\text{tg}(90^\circ - \beta_2 + \theta)}{\text{tg}(90^\circ - \beta_2)} = \frac{\text{ch}}{\text{ah}} ;$$

En supposant que  $\text{ah} = \alpha \text{ae} = \alpha \psi_2 t_2$  alors  $\text{ch} = \text{ca} + \text{ah} = (1 - \psi_2) t_2 + \alpha \psi_2 t_2$

$$\frac{\text{tg}(90^\circ - \beta_2 + \theta)}{\text{tg}(90^\circ - \beta_2)} = \frac{[(1 - \psi_2) + \alpha \psi_2]}{\alpha \psi_2} = \frac{1}{\alpha} \text{ où } \alpha = \psi_2 \cdot \frac{1}{(1 - \psi_2) + \psi_2}$$

Alors :  $\text{tg } \theta = \frac{(1 - \alpha)}{\text{tg } \beta_2 (\alpha + 1/\text{tg}^2 \beta_2)}$

L'analyse de plusieurs roues mobiles fonctionnant au mélange terre-eau nous montre que  $\alpha = 0.7 \div 1.5$  et la variation de  $\alpha$  influe largement sur l'angle  $\Delta\beta_2$  (environ 2°)

$\alpha = 1; \alpha = \psi_2$

$$\text{tg } \theta = \frac{(1 - \psi_2)}{\text{tg}^2 \beta_2 (\psi_2 + 1/\text{tg}^2 \beta_2)} = \frac{\text{tg} \beta_2 - \psi_2 \text{tg} \beta_2}{1 - \psi_2 \text{tg}^2 \beta_2}$$

car  $\Delta\beta_2 = \theta/2$

$$\gamma = \frac{\pi \sin(\beta_2 - \Delta\beta_2)}{2} \cdot \psi_2 \quad (7)$$

et la formule de la hauteur théorique de la pompe avec  $\text{Cu}_1 = 0$  est :

$$\text{Hth} = 1/g \left\{ U_2^2 \left[ 1 - \frac{\pi \sin(\beta_2 - \Delta\beta_2)}{2} \right] - Q \text{ctg} \beta_2 / 2\pi b_2 \psi_2 \right\} \quad (8)$$

Cette équation est valable pour les machines avec vitesse spécifique de 45 à 200 et le nombre d'aubes de 1 à 6, angle d'inclinaison des aubes à la sortie est de 16° à 35° avec une erreur de calcul de 5%.

En appliquant le théorème de changement des couples de quantités de la masse de pulpe écoulée dans les aubages de la roue mobile on peut obtenir la hauteur théorique créée par la pompe à déblai

$$\text{Hth.m} = U_2 \cdot \text{Cu}_2 / g \cdot Q_s \rho_s / Q_m \rho_m + \frac{U_2 \text{Cu}_2 \cdot Q}{g \cdot Q_m \rho_m} \quad (9)$$

La concentration massique de la pulpe est :

$$K = Q_s \rho_s / Q_m \rho_m$$

et l'équation de la hauteur peut s'écrire comme suit :

$$\text{Hth.m} = 1/g [ K U_2 \text{Cu}_{2,s} + (1-K) U_2 \text{Cu}_{2,o} ] \quad (10)$$

Les hauteurs créées par les pompes ordinaires et <sup>celles</sup> à déblai sont différentes seulement pour  $Cu_{2.s} = Cu_{2.o}$ , en tenant compte de la hauteur statique créée par la pompe on écrit:

$$H_{st} = H_{th} - H_{dyn} - h_r \quad (11)$$

où  $h_r$  : pertes de charges dans la roue  
et l'équation (9) sera :

$$H_{st.m} = K \frac{U_2 Cu_{2.s}}{g} + (1-K) \frac{U_2 Cu_{2.o}}{g} - K \frac{C_{2.s}^2 - C_1^2}{2g} - (1-K) \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} - h_r$$

Considérons les parallélogrammes des vitesses à la sortie et à l'entrée de la roue pour les filettes de liquide et les trajectoires des particules solides

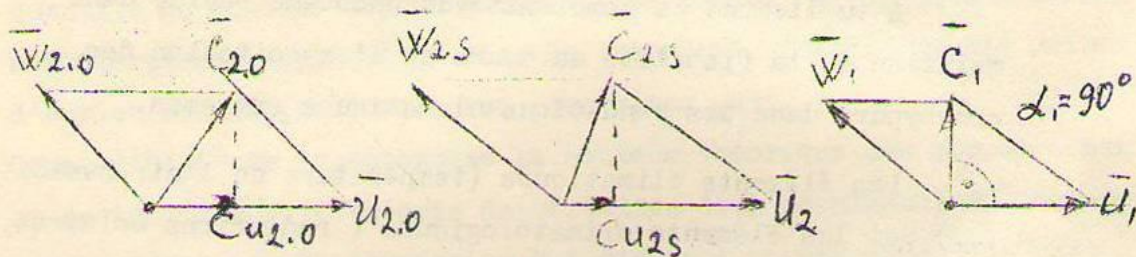


Fig 4/ Parallélogramme des vitesses à l'entrée et à la sortie

On peut écrire :  $C_{2.s}^2 + W_{2.s}^2 - (U_2 - Cu_{2.s})^2 = W_{2.s}^2 - U_2^2 + 2 U_2 Cu_{2.s}$  (12)

$C_{2.s}^2 = W_{2.o}^2 - U_2^2 + 2 U_2 Cu_{2.s}$  (13)  $C_1^2 = W_1^2 - U_1^2$  (13')

$$H_{st.m} = \frac{K U_2 Cu_{2.s}}{g} + (1-K) \frac{U_2 Cu_{2.o}}{g} - K/2g (W_{2.s}^2 - U_2^2 + 2 U_2 Cu_{2.s} - W_1^2 + U_1^2) - ((1-K)/2g) (W_{2.o}^2 - U_2^2 + 2 U_2 Cu_{2.o} - W_1^2 + U_1^2) - h_r$$

$$H_{st.m} = \frac{U_2^2 - U_1^2}{2g} + \frac{W_1^2 - W_{2.o}^2}{2g} - K \frac{W_{2.s}^2 - W_{2.o}^2}{2g} - h_r \quad (14)$$

La formule (14) montre que la différence entre la hauteur statique créée par la roue en pulpe et celle en eau est <sup>égale à</sup> la hauteur dynamique supplémentaire ainsi que les pertes hydrauliques.

BIBLIOGRAPHIE

- 1°. Smolderev A. Le transport par conduite 1980 (en russe)
- 2°. Iraij zandi. Advances in solides- liquides flow in pipes and its application 1971.
- 3°. Carbofines. Revue pour la science Janvier 1984.
- 4°. Givotovsky L. Smoylovskaja L. Les pompes à aubes pour les pulpes abrasives 1978 (en russe)