

Міністерство освіти і науки України
Донецький національний технічний університет

Кафедра "Вища математика" ім. В.В. Пака

Збірник науково-методичних робіт

Випуск 6

Донецьк -2009

УДК 5:371.214.114, 621.923, 517.95(09), 531.18, 915.77.54, 531.38, 517.9, 517, 518, 531, 517.8, 539.5, 517.926.

Рекомендовано до друку Радою Донецького Національного технічного Університету
Протокол № 5 від 19.06.2009 р.

Збірник науково-методичних робіт. - Вип. 6. - Донецьк: ДонНТУ, 2009. - 231 с.

В сборнике представлены результаты научно-методических исследований по вопросам совершенствования методики преподавания высшей математики во ВТУЗах и внедрения новых методов обучения.

Рассматриваются также различные направления использования математических методов к решению инженерных задач, а именно, задач механики твёрдого тела, физики магнитных явлений и др.

Издание рассчитано на преподавателей, аспирантов и широкий круг научных, инженерно-технических работников различных отраслей промышленности.

Редакційна колегія: проф. Улітін Г.М. - редактор, проф. Петренко О.Д., проф. Лесіна М.Ю, проф. Косолапов Ю.Ф., доц. Євсєєва О. Г., Локтіонов І.К. (ДонНТУ).

Адреса редакційної колегії: Україна, 83050, м. Донецьк, вул. Артема, 96, ДонНТУ, 3-й учбовий корпус, кафедра "Вища математика", тел. (062) 3010901.

© Донецький Національний технічний університет, 2009 р.

Моделирование динамического скольжения дислокаций в гидростатически сжатых материалах

В.В. Малащенко, Т. И. Малащенко

Донецкий государственный технический университет

Донецкий физико-технический институт им. А.А.Галкина НАН Украины

Досліджено вплив високого гідростатичного тиску на форму спектру дислокаційних коливань та силу динамічного гальмування дислокацій точковими дефектами.

Вступление.

Одним из наиболее перспективных методов создания новых материалов с заданными свойствами является гидроэкструзия. Высокое гидростатическое давление способствует пластификации кристаллических тел, оказывая влияние как на величину упругих модулей кристалла, так и величину взаимодействия дислокаций между собой, что приводит к возникновению специфических особенностей пластической деформации в гидростатически сжатых кристаллах [1-4].

Изучению динамического движения дислокаций в кристаллах, не подверженных гидростатическому сжатию, посвящено значительное количество работ [5-8]. В работах [6-8] было показано, что при объяснении экспериментально наблюдаемого квазивязкого характера динамического торможения дислокации точечными дефектами важную роль играет вид спектра дислокационных колебаний. Исследуемый в этих работах механизм диссипации заключался в необратимом переходе кинетической энергии поступательного движения дислокации в энергию колебаний дислокационных элементов относительно “центра масс” дислокации.

Как показано в работах [1-3], кристалл, подвергнутый сильному гидростатическому сжатию, проявляет нелинейные упругие свойства. Однако при практически используемых гидростатических давлениях в большинстве случаев деформации, созданные дефектом в кристалле, малы по сравнению с деформациями всестороннего сжатия давлением p . В этом случае описание внутренних напряжений в гидростатически сжатом кристалле сводится к обычной линейной теории упругости с перенормированными упругими модулями. В частности, дислокации и точечные дефекты описываются обычным образом с заменой геометрических параметров дефектов их значениями в гидростатически сжатых кристаллах [3]. Высокое гидростатическое давление, согласно [2], не создает силу, действующую на дислокацию, однако изменяет величину взаимодействия дислокаций между собой, тем самым оказывая влияние на вид закона дисперсии дислокационных колебаний, а, следовательно, и на величину силы торможения дислокации примесями и другими точечными

дефектами. Упомянутый выше механизм диссипации в условиях гидростатического сжатия до настоящего времени не изучался.

Постановка задания.

Целью настоящей работы является теоретический анализ скольжения пары краевых дислокаций, движущихся в параллельных плоскостях скольжения в гидростатически сжатом кристалле, с учетом их взаимодействия как между собой, так и с точечными дефектами кристалла.

Рассмотрим две бесконечные краевые дислокации, движущиеся под действием постоянного внешнего напряжения σ_0 в поле точечных дефектов, случайным образом распределенных в объеме гидростатически сжатого кристалла. Линии дислокаций параллельны оси OZ , их векторы Бюргера параллельны оси OX , в положительном направлении которой происходит скольжение дислокаций. Дислокации движутся с постоянной скоростью v , оставаясь при этом в одной плоскости перпендикулярной плоскостям скольжения. Как известно, такая конфигурация краевых дислокаций является равновесной и устойчивой (см., например, [1]), что делает возможным возникновение в кристалле дислокационных стенок. Расстояние между плоскостями скольжения обозначим a . Дислокации могут совершать малые колебания в своих плоскостях скольжения, т.е. в плоскости XOZ и параллельной ей плоскости. Запишем уравнение движения дислокации в плоскости XOZ .

Положение дислокации определяется функцией $X(z,t) = vt + w(z,t)$, где $w(z,t)$ – случайная величина, среднее значение которой по ансамблю дефектов и расположению элементов дислокации равно нулю.

Движение дислокации описывается уравнением

$$\tilde{m} \left\{ \frac{\partial X^2(z,t)}{\partial t^2} + \tilde{\delta} \frac{\partial X(z,t)}{\partial t} - \tilde{c}^2 \frac{\partial^2 X(z,t)}{\partial z^2} \right\} = \tilde{b} \sigma_0 + F_{dis} + \tilde{b} \sigma_{xy}^{(d)}(vt + w; z) \quad (1)$$

Здесь $\sigma_{xy}^{(d)}$ - компонента тензора напряжений, создаваемых дефектами на линии

дислокации, $\sigma_{xy}^{(d)} = \sum_{i=1}^N \sigma_{xy,i}^{(d)}$, \tilde{m} - масса единицы длины дислокации, \tilde{c} -

скорость распространения поперечных звуковых волн в кристалле (знак \square указывает на то, что значения соответствующих величин взяты из гидростатически сжатого кристалла), N - число дефектов в кристалле, $\tilde{\delta}$ - коэффициент затухания, $\tilde{\delta} \approx B/m$, B - константа демпфирования, обусловленная прежде всего фононными механизмами диссипации. Как было показано в работе [9], влияние этих механизмов диссипации на силу торможения, создаваемую полем хаотически распределенных дефектов, мало в меру малости безразмерного параметра $\alpha = \tilde{\delta} r_0 v / c^2$, где r_0 - параметр обрезания, $r_0 \approx b$. Поскольку по порядку величины $B \leq 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, а линейная плотность массы дислокации $m \approx 10^{-16} \text{ kg/m}$, то $\tilde{\delta} \leq 10^{12} \text{ S}^{-1}$. Для типичных

значений $r_0 \approx b \approx 3 \cdot 10^{-10}$ м, $c \approx 3 \cdot 10^3$ м/с, $v \leq 10^{-1} c$, получаем, что $\alpha \ll 1$. Данная оценка, выполненная для кристаллов, не подверженных гидростатическому сжатию, справедлива и для нашего случая, поскольку гидростатическое давление не меняет порядка использованных здесь величин. Поэтому при вычислении силы торможения дислокации дефектами мы пренебрежем влиянием фоновых и иных механизмов диссипации, дающих вклад в константу демпфирования B , и будем считать коэффициент затухания $\tilde{\delta}$ бесконечно малой величиной, обеспечивающей сходимость возникающих интегралов. F_{dis} - сила, действующая со стороны второй дислокации на первую в плоскости ее скольжения параллельно оси OX

$$F_{dis} = b^2 M \frac{x(x^2 - y^2)}{r^4} \approx -\frac{b^2 M w}{a^2}, \quad M = \frac{\mu}{2\pi(1-\gamma)}, \quad (2)$$

где γ - коэффициент Пуассона, μ - модуль сдвига. При получении этой формулы мы учли, что $w \ll a$ и $r \approx a$.

В работе [2] было показано, что в условиях гидростатического сжатия сила притяжения дислокаций друг к другу увеличивается: появляется дополнительная сила, пропорциональная величине гидростатического давления и обратно пропорциональная расстоянию между дислокациями.

$$F_{dis} = b^2 \frac{x(x^2 - y^2)}{2\pi(1-\gamma)r^4} p N_p \quad (3)$$

где

$$\psi = 2K_1 - \frac{K_2 \lambda}{\mu}, \quad K_1 = -\frac{\frac{1}{2}\lambda - \mu + 3l - m + \frac{1}{2}n + p}{3\lambda + 2\mu + p}, \quad (4)$$

$$K_2 = -\frac{3\lambda + 6\mu + 3m - \frac{1}{2}n - 2p}{3\lambda + 2\mu + p}, \quad N_p = K_2 + \psi \frac{(1-2\gamma)^2}{2(1-\gamma)} \geq 0. \quad (5)$$

Здесь λ , μ - коэффициенты Ламе, l , m , n - коэффициенты Мурнагана. В работе [2] было показано, что в обычно используемом в настоящее время диапазоне гидростатических давлений зависимостью K_1 и K_2 от p можно пренебречь, как впрочем и изменениями вектора Бюргерса.

Точечные дефекты, как и в работе [6], будем считать центрами дилатации с плавно обрезанными полями напряжений на расстояниях порядка радиуса дефекта R

$$\sigma_{xy}(\mathbf{r}) = \tilde{\mu} R^3 \tilde{\varepsilon} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \frac{1 - \exp(-r/R)}{r}, \quad \sigma_{xy}(\mathbf{q}) = 4\pi \tilde{\mu} R^3 \tilde{\varepsilon} \frac{q_x q_y}{q^2} \frac{R^{-2}}{q^2 + R^{-2}}. \quad (6)$$

Применяя метод, развитый ранее в работах [6-8], силу торможения дислокации точечными дефектами представим в виде

$$F = \frac{nb^2}{8\pi^2 m} \int d^3 q |q_x| |\sigma_{xy}(\mathbf{q})|^2 \delta[q_x^2 v^2 - \omega^2(q_z)] \quad (7)$$

где $\omega(q_z)$ - закон дисперсии дислокационных колебаний. Воспользовавшись стандартной процедурой преобразования Фурье и перейдя в систему “центра масс” дислокации, получим закон дисперсии в явном виде

$$\omega(q_z) = \sqrt{\Delta^2(p) + c^2 q_z^2}, \quad (8)$$

где

$$\Delta(p) = \Delta_0(1 + \beta p); \quad \beta = \frac{N_p}{M}; \quad \Delta_0 = \frac{\tilde{c}}{a} \sqrt{\frac{2}{\ln(L/r_0)}}. \quad (9)$$

Здесь L - величина порядка длины дислокации, r_0 - величина порядка атомных расстояний ($r_0 \approx b$).

Результаты.

Как известно, динамическое взаимодействие дефектов с дислокацией в зависимости от скорости дислокационного скольжения может иметь как коллективный характер, так и характер независимых столкновений [6-8]. Чтобы напомнить смысл этих понятий, обозначим время взаимодействия дислокации с точечным дефектом $t_{def} \approx (R/v)$, время распространения возмущения вдоль дислокации на расстояние порядка среднего расстояния между дефектами обозначим $t_{dis} \approx (l/c)$, где l - среднее расстояние между дефектами. В области независимых столкновений $v > v_d = R\Delta_d = R\frac{c}{b}(n_0\varepsilon^2)^{1/3}$ выполняется неравенство

$t_{def} < t_{dis}$, т.е. элемент дислокации за время взаимодействия с точечным дефектом не испытывает на себе влияния других дефектов. В области коллективного взаимодействия ($v < v_d$), наоборот, $t_{def} > t_{dis}$, т.е. за время взаимодействия дислокации с дефектом данный дислокационный элемент успевает “почувствовать” влияние других дефектов, вызвавших возмущение дислокационной формы. В работах [6-8] исследовалось движение одиночной дислокации в поле точечных дефектов, гидростатическое сжатие отсутствовало. При высоких ($v > v_d$) и низких ($v < v_d$) скоростях характер торможения дислокации оказывается существенно различным.

В настоящей работе возможны два случая. Случай $\Delta(p) < \Delta_d$ особого интереса не представляет, т.к. данное неравенство означает, что определяющее влияние на формирование закона дисперсии, а, следовательно, и на величину критической

скорости, и на величину силы торможения оказывает не взаимодействие дислокаций между собой, а коллективное взаимодействие дефектов. Поэтому влияние гидростатического давления во всей динамической области сведется к перенормировке упругих модулей кристалла. В случае $\Delta(p) > \Delta_d$, наоборот, дислокационное взаимодействие оказывается доминирующим. Тогда, выполняя вычисления, аналогичные произведенным в [6-8], получим, что в гидростатически сжатом кристалле также существуют две существенно различные области, однако теперь критическая скорость, определяющая границу этих областей (обозначим ее v_p), будет зависеть от величины гидростатического давления

$$v_p = v_0(1 + \beta p) ; \quad v_0 = R\Delta_0 \quad (10)$$

В области высоких скоростей ($v > v_p$) сила торможения дислокации точечными дефектами обратно пропорциональна скорости движения дислокации и имеет такой же вид, как и в кристалле, не подверженном гидростатическому сжатию [6,7], с той лишь разницей, что значения соответствующих величин, входящих в полученное выражение, необходимо брать для гидростатически сжатого кристалла. Таким образом, в этой области скоростей даже в том случае, когда дислокационное взаимодействие является определяющим, зависимость силы торможения от величины давления проявляется только в перенормировке упругих модулей кристалла.

$$F = \frac{\pi \tilde{n}_0 \tilde{b}^2 \tilde{\mu}^2 \tilde{\varepsilon}^2 R}{3 \tilde{m} \tilde{c} v} . \quad (11)$$

Ситуация существенно изменяется в области низких скоростей ($v < v_p$), в которой появляется явная зависимость силы торможения от величины гидростатического давления

$$F = \frac{\pi \tilde{n}_0 \tilde{b}^2 \tilde{\mu}^2 \tilde{\varepsilon}^2 v}{3 \tilde{m} \tilde{c} R \Delta_0^2 (1 + \beta p)^2} = \frac{2\pi^2 (1 - \tilde{\gamma}) \tilde{n}_0 \tilde{\mu} \tilde{\varepsilon}^2 a^2 v}{3 \tilde{c} R (1 + \beta p)^2} . \quad (12)$$

При получении этой формулы мы воспользовались выражением для массы дислокации из работы [1]

$$\tilde{m} = \frac{\tilde{\rho} \tilde{b}^2}{4\pi(1 - \tilde{\gamma})} \ln \frac{L}{r_0} , \quad (13)$$

где $\tilde{\rho}$ - плотность кристалла.

Чтобы оценить степень влияния гидростатического давления на исследуемые величины, воспользуемся численными оценками работы [2]. По оценкам авторов [2] при давлении 10^9 Па в кристаллах иодида калия сила взаимодействия между дислокациями увеличивается на 65%. Тогда величина критической скорости v_p увеличится на 28%, а сила торможения дислокации точечными дефектами уменьшится на 40%.

Выводы.

Таким образом, в области низких скоростей влияние гидростатического давления оказывается более существенным, чем в области высоких, причем увеличение давления приводит к уменьшению силы торможения, обусловленной рассматриваемым механизмом диссипации.

Полученные результаты могут быть полезными при анализе движения дислокационных стенок в гидростатически сжатых кристаллах.

Литература

- [1] *Косевич А.М.* Дислокации в теории упругости. Киев: Наукова думка, 1978, 220 с.
- [2] *Токий В.В., Зайцев В.И.* // ФТТ. 1973. Т.15. Вып. 8. С.2460-2467.
- [3] *Косевич А.М., Токий В.В., Стрельцов В.А.* // ФММ. 1978. Т.45. Вып. 6. С. 1135-1144.
- [4] *Малашенко В.В., Малашенко Т.И.* // ФТВД .2002. Т.12. Вып.2. С.57-59.
- [5] *Альшиц В.И., Инденбом В.Л.* //УФН. 1975. Т.115. Вып. 3.С.3-39.
- [6] *Malashenko V.V., Sobolev V.L. , Khudik B.I.*// Phys. Stat. Sol. (b). 1987. V.143. № 2. P.425-431.
- [7] *Малашенко В.В.* //ФТТ. 1987. Т. 29. Вып.5. С.1614-1616.
- [8] *Малашенко В.В.* //ФТТ. 1997. Т. 39. Вып.3. С.493-494.
- [9] *Natsik V.D., Chishko K.A.*// Crystal Res. and Technol. 1984. V.19. № 6. P.763-767.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Улитин Г.М., МIRONENKO Л.П. Геометрический подход к выводу канонических уравнений линий второго порядка.....	3
2. Алексеева И.В., Гайдей В.О., Диховичний О.О., Коновалова Н.Р., Федорова Л.Б. «Элементы прогамованого навчання в дистанційному курсі «Математичний аналіз».....	8
3. Власенко К.В. Метод тоново-фазичної мотивації в інтенсивних технологіях навчання вищої математики.....	14
4. Гурьева Н.А., Голубева О.В. Аффинные связности на многообразии с почти двойной структурой.....	20
5. Ехилевский С.Г., Голубева О.В., Гурьева Н.А. Вероятностная интерпретация решения уравнения диффузии.....	26
6. О. Г. Євсєєва. Розробка тестових завдань з вищої математики на основі методів інженерії знань.....	30
7. В.В. Малащенко, Т.И. Малащенко Моделирование динамического скольжения дислокаций в гидростатически сжатых материалах.....	40
8. Локтионов И.К., Гусар Г.А. Численные методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений – общий подход.....	46
9. Руссиян С. А. Головаха Д. В. Вероятностная модель несанкционированного срабатывания аппаратуры защитного отключения при коммутации ответвления сети шахты.....	52
10. Косолапов Ю.Ф., Шейка Е. О параллельном изложении функций одной и многих переменных.....	55
11. Петренко А.Д. О программе курса высшей математики в техническом университете.....	63
12. Терехов С.В. Синергетика и менеджмент.....	67
13. Евсєєва Е.Г., Прокопенко Н.А. Разработка дистанционного курса «Математика для экономистов» на базе платформы MOODLE.....	74
14. Никулін О.В., Наконечна Т.В. Моделювання і математичні моделі наук та навчальних дисциплін як синергетичних систем....	79
15. МIRONENKO Л.П. Соглашение о суммировании в линейной алгебре.....	84

16. Н.Д.Орлова , Е.Ю.Орлова. Рейтинговый контроль учебного процесса по дисциплине «ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА» курсантов ОНМА.....	90
17. Ехилевская В. Г. Информационные технологии в формировании преемственности обучения математике в средней и высшей школе.....	93
18. Лавріненко Н.М. До питання формування змісту математичної підготовки студентів.....	99
19. Варущик Н.П. Рівнева диференціація навчання математики в умовах профільної у фізико-математичних класах ліцею.....	103
20. Улицкая Н.Ю. Проблемы составления заданий по теме «ПРЕДЕЛЫ».....	111
21. Мироненко Л.П., Прокопенко Н.А. Интегральная форма теоремы Лагранжа и её применение к определенному интегралу.....	115
22. Варварецька Г.А., Клімова Т.І., Сапронова Т.М. Необхідність актуалізації проблеми паралельного викладу теми «Диференціювання функції однієї та багатьох змінних» на практичних заняттях з вищої математики в ОНМА.....	123
23. Щетініна О. К. Математичні методи прогнозування.....	129
24. Гребьонкіна О.С. Развитие творческого мышления в процессе навчання вищої математиці	137
25. Пелашенко А.В., Прокопенко Н.А. Анализ чувствительности задач линейного программирования.....	140
26. Мироненко Л.П., Бабенко А.И. Единственность разложения рациональной дроби на сумму простейших дробей.....	144
27. Шульга Н. В. Задачі міжпредметного характеру як засіб реалізації міжпредметних зв'язків у навчанні математики студентів вищих навчальних закладів.....	149
28. Паниотов Ю.Н., Перетолчина Г.Б. Некоторые примеры к теме: «СИСТЕМЫ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН».....	155
29. Азарова Н.В. Применение численных методов к решению некоторых задач теории резания.....	161
30. Данилюк Г.И., Ковалев И.Н., Кононыхин Г.А. Устойчивость равномерных вращений кинетического накопителя энергии в случае его несимметрии.....	165
31. М.Е. Лесина, Н.Ф. Гоголева. Применение дифференциальной геометрии для построения аксоидов в естественном базисе.....	171

32. Евсева Е. Г., Савин А. И. Разработка системы задач, направленных на формирование предметных умений, на основе моделирования обучаемого.....	185
33. Ехилевский С.Г., Голубева О.В., Пяткин Д.В. Метод моментов в моделировании динамической сорбционной активности.....	189
34. Кобець А.С., Дем'яненко А.Г., Ключник Д.В. Сучасна вища інженерна освіта в Україні – деякі тенденції, проблеми та перспективи.....	196
35. Данилюк Г.І., Ковальов І.М., Кононихін Г.А. Деякі апріорні оцінки обмежених узагальнених розв'язків нелінійних параболічних рівнянь.....	199
36. Буркіна Н.В., Ігнатова Л.Б., Николайчук Т.І. Проектування змісту дистанційного навчання математики.....	207
37. Малєєв В.Б., Журба В.В., Журба В.Вас. ТЗН як інструмент управління ємністю інформації в викладанні фундаментальних дисциплін в технічному виші	215
38. Гончаров А.Н. Метод Гаусса и обратная матрица.....	222
39. Астахов В.М., Буланов Г.С. Комплект заданий графического характера, ориентированных на развитие у студентов понятия «ОПОРНОЕ РЕШЕНИЕ» в задаче линейного программирования.....	223
40. Александрова О.В., Ковалев И.Н. Моделирование симметричных серпантин.....	225
41. Косилова Е.Ф. Некоторые актуальные аспекты математической подготовки будущих экономистов.....	225
42. Vladimir Kochergin MAGNETO-OPTICAL EFFECTS IN METAL-DIELECTRIC NANOCOMPOSITES	227