

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ТРЕХМЕРНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ ИНДУКТОРА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО УСТРОЙСТВА ПРЕССОВАНИЯ ГЕКСАГОНАЛЬНЫХ ФЕРРИТОВ

Эсауленко В.А., Никорюк Н.С.

Донецкий национальный технический университет

The algorithm and programme of calculation of three-dimensional magnetic field of three-leg structure electromagnetic apparatus of compaction of the ferrites has been developed. The algorithm is based on application of the secondary source method. It is precised influence of magnetic permeability of the material and parameter of digitization of medium surface division on the accuracy of calculation.

В ДонНТУ разработана методика численного расчета двухмерного магнитного поля индуктора с кольцевым трехлучевым магнитопроводом и источником магнитного поля в виде трех прямоугольных катушек, расположенных на лучах магнитопровода [1,2]. Поскольку размеры магнитопровода соизмеримы с областью задания источников поля, то рассматриваемое магнитное поле является трехмерным.

Целью данного исследования является разработка алгоритма численного расчета линейного (магнитная система – ненасыщена) трехмерного магнитного поля индуктора с трехлучевым магнитопроводом (рис.1).

При расчете магнитного поля в кусочно-неоднородной среде возможны следующие три основных подхода: использование методов конечных разностей, конечных элементов и вторичных источников [3,4]. Для анализа магнитного поля рассматриваемого устройства наиболее приемлемым является метод вторичных источников, так как он не требует искусственного ограничения расчетной области при рассмотрении краевой задачи в неограниченной среде, не имеет дополнительных погрешностей при аппроксимации границ сложной формы и может быть реализован при трехмерной постановке полевой задачи.

В этом методе неоднородная среда сводится к однородной путем замены ферромагнитных тел вторичными источниками, эквивалентными ферромагнетикам по воздействию на первичное магнитное поле катушек. Вторичные источники, вводимые для замены влияния неоднородной среды, характеризуются скалярными или векторными величинами, при этом одно уравнение, содержащее векторную неизвестную величину, равносильно двум или трем уравнениям, содержащим скалярные величины.

При выборе искомой функции предпочтение при трехмерной постановке задачи следует отдать скалярным источникам. Будем считать, что магнитная проницаемость μ ферромагнитных деталей магнитопровода не зависит от интенсивности магнитного поля. Для описания магнитного поля в рассматриваемую расчетную модель введем вторичные скалярные источники – фиктивные магнитные заряды с поверхностной плотностью σ . Искомые переменные размещаются не во всей расчетной области, а только на границах раздела сред с различными свойствами, где относительная магнитная проницаемость μ изменяется скачком.

Примем следующие обозначения (рис.1): θ - точка, в которой рассчитывается плотность вторичных источников σ ; M и N – точки расположения источников

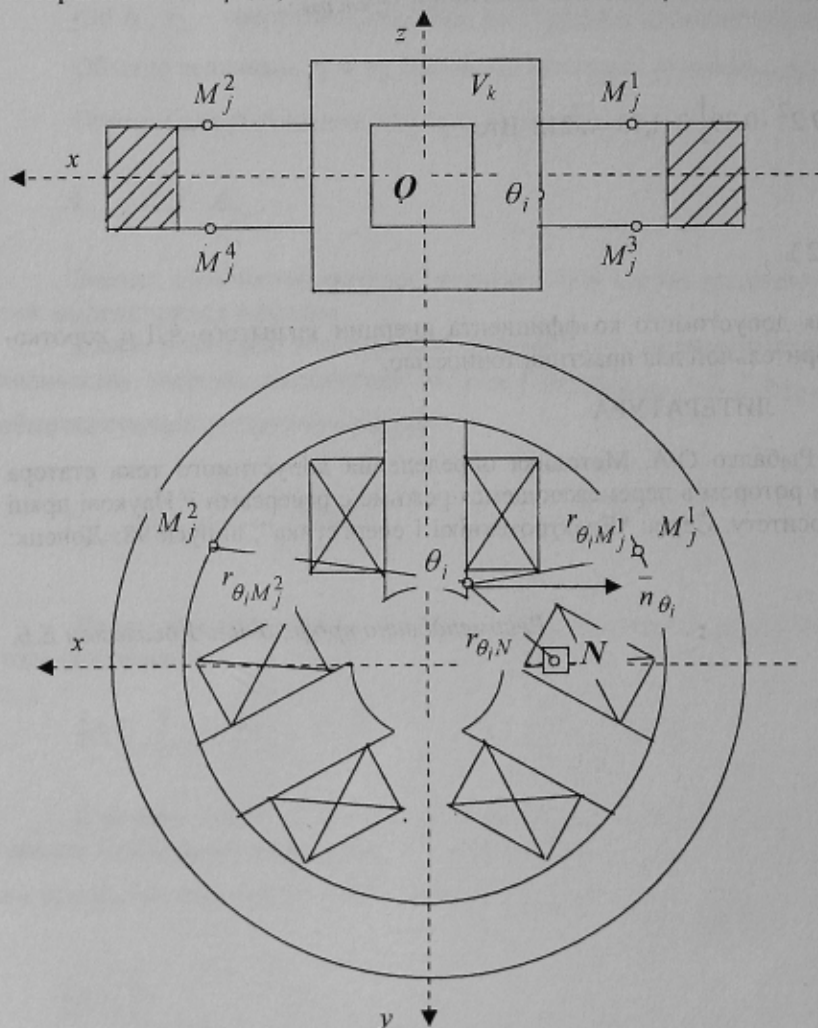


Рисунок 1 – Индуктор магнитного поля с кольцевым трехлучевым магнитопроводом устройства прессования ферритов

(точки θ и M могут совпадать, если плотность вторичных источников определяется непосредственно в точке M); $\vec{r}_{\theta M}$ ($\vec{r}_{\theta N}$) – вектор, направленный от θ к M (N), длина которого равна расстоянию между этими точками; \vec{n}_{θ} – единичный вектор, нормальный к поверхности S ферромагнитного тела в точке θ ; V_k – объем проводников с током; $\vec{\delta}(N)$ – вектор плотности тока элементарного объема dv в точке N , принадлежащей объему V_k .

Для определения плотности вторичных источников – фиктивных магнитных зарядов используем интегральное уравнение Фредгольма II рода [4, 5]

$$\sigma(\theta) + \frac{\lambda}{2\pi} \oint \sigma(M) \left[\frac{\cos(\vec{r}_{\theta M}, \vec{n}_{\theta})}{r_{\theta M}^2} + \frac{2\pi}{s_*} \right] ds = f(\theta), \quad (1)$$

$$\text{где } f(\theta) = -\frac{\lambda}{2\pi} \cdot \mu_0 \int_{V_k} \vec{\delta}(N) \cdot \frac{[\vec{r}_{\theta N}, \vec{n}_{\theta}]}{r_{\theta N}^3} dv_N, \quad (2)$$

$\lambda = \frac{\mu_i - \mu_e}{\mu_i + \mu_e}$, μ_i – относительная магнитная проницаемость ферромагнитного тела, μ_e – относительная маг-

нитная проницаемость окружающего пространства, S_* – площадь поверхности ферромагнитного тела.

Напряженность эквивалентного магнитного поля равна

$$\vec{H}(\theta) = \frac{1}{4\pi} \int_{V_k} \frac{[\vec{\delta}(N), \vec{r}_{\theta N}]}{r_{\theta N}^3} dv - \frac{1}{4\pi\mu_0} \int \sigma(M) \frac{\vec{r}_{\theta M}}{r_{\theta M}^3} ds_M. \quad (3)$$

В правой части уравнения (1) функция $f(\theta)$ определяется видом сторонних источников и перед началом расчетов неизвестна. Непосредственное аналитическое интегрирование соотношения (2) в данном случае не представляется возможным, из-за чего возникает необходимость использования методов численного интегрирования. Представим функцию $f(\theta)$ в виде $f(\theta) = 2\mu_0 \cdot \lambda \cdot H'_n(\theta)$, где $H'_n(\theta)$ – нормальная составляющая напряженности магнитного поля, создаваемая токами намагничивающих катушек (рис.2).

Для расчета $H'(\theta)$ будем использовать метод сведения вихревого поля токов к потенциальному полю магнитных зарядов [6]. Идея метода состоит в замене каждой намагничивающей катушки эквивалентной системой магнитных зарядов

противоположного знака, лежащих на её торцах. Искомое поле H' , создаваемое токами катушки, можно представить в виде суммы двух полей: расчетного H_p , определяемого магнитными зарядами, и дополнительного поля H_0 $\vec{H}' = \vec{H}_p + \vec{H}_0$.

Напряженность \vec{H}_0 отлична от нуля только в части пространства, ограниченной поверхностями S_1 и S_2 и боковыми поверхностями катушки, она имеет только одну проекцию – H_{0y} . Распределение функции H_{0y} и магнитных зарядов σ_M , эквивалентирующих магнитное поле H_p прямоугольной катушки, представлено на рис.3.

Напряженность магнитного поля \vec{H}_p , обусловленного эквивалент-

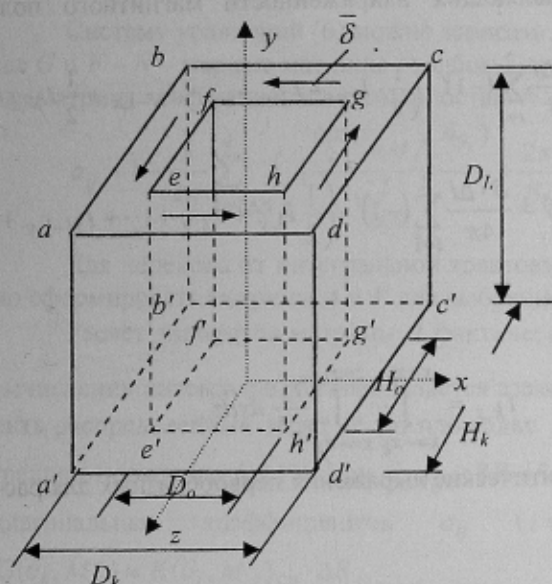


Рисунок 2 – Намагничивающая катушка трехлучевого индуктора

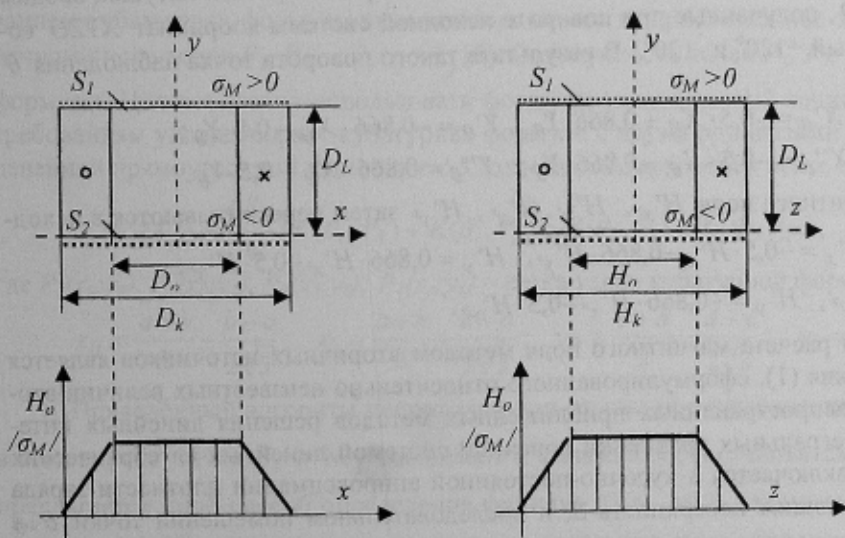


Рисунок 3 – Распределение магнитных зарядов, эквивалентирующих магнитное поле прямоугольной катушки

ными магнитными зарядами, определяется интегралом $\bar{H}_p = \frac{1}{4\pi\mu_0} \int_{S_1, S_2} \sigma_M \frac{\bar{r}}{r^3} dS_M$ и также требует численного интегрирования.

Поверхности S_1 и S_2 разобьем на элементарные площадки, как это показано на рис.4. Общее число элементарных площадок равно N . В пределах каждой площадки будем считать, что поверхностная плотность магнитных зарядов постоянна и равна плотности в её средней части. Для k -ой площадки будем иметь $\sigma_{M_k} = \pm\mu_0 \cdot \delta \cdot (k-0.5) \cdot \Delta l$, где $k = 1 \div N-1$ - номер элементарной площадки, δ - плотность тока в намагничивающих катушках. Знак "+" имеют магнитные заряды площадок на поверхности S_1 , знак "-" на поверхности S_2 . Последняя N -ная площадка принята равной площади отверстия в прямоугольной катушке. Тогда для составляющих напряженности магнитного поля получим:

$$H_{px} = \frac{\delta \cdot \Delta l}{4\pi} \sum_{i=1}^2 (-1)^i \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot I_{1,x} + I_{2,x} + \dots + I_{N-1,x} + \frac{1}{2} I_{N,x} \right)$$

$$H_{py} = \frac{\delta \cdot \Delta l}{4\pi} \sum_{i=1}^2 (-1)^i \cdot \left(\frac{1}{2} I_{1,y} + I_{2,y} + \dots + I_{N-1,y} + \frac{1}{2} I_{N,y} \right)$$

Рисунок 4 – Аппроксимация поверхностей S_1 и S_2 катушек элементарными площадками

$$H_{pz} = \frac{\delta \cdot \Delta l}{4\pi} \sum_{i=1}^2 (-1)^i \cdot \left(\frac{1}{2} I_{1,z} + I_{2,z} + \dots + I_{N-1,z} + \frac{1}{2} I_{N,z} \right),$$

$$\text{где } I_{k,x} = \int_{x=-x_k}^{x=x_k} \int_{z=-z_k}^{z=z_k} \frac{r_x}{r^3} dx dz; \quad I_{k,y} = \int_{x=-x_k}^{x=x_k} \int_{z=-z_k}^{z=z_k} \frac{r_y}{r^3} dx dz; \quad I_{k,z} = \int_{x=-x_k}^{x=x_k} \int_{z=-z_k}^{z=z_k} \frac{r_z}{r^3} dx dz.$$

Здесь $i=1$ для поверхности S_2 , а $i=2$ для поверхности S_1 , а аналитические выражения первообразных для рассматриваемых подынтегральных функций равны:

$$F_x = -\ln(r_z + r); \quad F_y = \arctg \frac{r_x \cdot r_z}{r_y \cdot r}; \quad F_z = -\ln(r_x + r).$$

Трехлучевой индуктор содержит три намагничивающих катушки. Расчет магнитного поля одной из катушек выполняем в исходной системе координат $XYZO$. Для расчета полей второй и третьей катушек вводим системы координат $X'Y'Z'O$ и $X''Y''Z''O$, полученные при повороте исходной системы координат $XYZO$ вокруг оси OZ на угол соответственно равный $+120^\circ$ и -120° . В результате такого поворота точка наблюдения θ имеет координаты:

$$\text{в системе координат } X'Y'Z'O \quad X'_\theta = -0,5 \cdot X_\theta + 0,866 \cdot Y_\theta; \quad Y'_\theta = -0,866 \cdot X_\theta - 0,5 \cdot Y_\theta;$$

$$\text{в системе координат } X''Y''Z''O \quad X''_\theta = -0,5 \cdot X_\theta - 0,866 \cdot Y_\theta; \quad Y''_\theta = 0,866 \cdot X_\theta - 0,5 \cdot Y_\theta.$$

Составляющие напряженности магнитного поля $H'_x, H'_y, H'_x'', H'_y''$ затем пересчитываются в исходную систему координат: для катушки 2 $H'_x = -0,5 \cdot H'_x - 0,866 \cdot H'_y, H'_y = 0,866 \cdot H'_x - 0,5 \cdot H'_y$; для катушки 3 $H'_x = -0,5 \cdot H'_x'' + 0,866 \cdot H'_y'', H'_y = -0,866 \cdot H'_x'' - 0,5 \cdot H'_y''$.

Наиболее важным моментом задачи расчета магнитного поля методом вторичных источников является отыскание решения интегрального уравнения (1), сформулированного относительно неизвестных величин вторичных источников. Один из наиболее распространенных приближенных методов решения линейных интегральных уравнений состоит в замене интегральных уравнений конечной системой линейных алгебраических уравнений. Основная идея этого метода заключается в кусочно-постоянной аппроксимации плотности заряда σ по элементарным площадкам, составляющим поверхность S , и последовательном помещении точки θ в средние точки всех выделенных площадок.

Применительно к рассматриваемой задаче поверхность S ферромагнитного индуктора разбивается на $4N$ элементарных площадок ΔS_j с центрами в точках $M_j (j=1, 2 \dots 4N)$. Тогда, заменяя поверхностный интеграл суммой интегралов на участках ΔS_j , уравнение (1) можно записать в виде

$$\sigma(\theta) + \frac{\lambda}{2\pi} \sum_{j=1}^{4N} \sigma(M_j) \cdot G(\theta, M_j) = f(\theta), \quad (4)$$

$$\text{где } G(\theta, M_j) = \int_{\Delta S_j} K(\theta, M_j) \cdot dS \quad (5)$$

$$\text{Ядро интегрального уравнения } K(\theta, M_j) \text{ определяется соотношением } K(\theta, M_j) = \frac{\cos(\vec{r}_{\theta M_j}, \vec{n}_\theta)}{r_{\theta M_j}^2} + \frac{2\pi}{S^*}$$

Анализ принятой расчетной модели свидетельствует о том, что распределение вторичных источников σ обладает симметрией относительно плоскостей YOZ и YOX , позволяя отыскивать искомую величину на четверти поверхности S . Учтем равенство поверхностной плотности магнитного заряда в симметрично расположенных относительно указанных плоскостей точках $M_{j1}, M_{j2}, M_{j3}, M_{j4}$ и записав равенство (4) для точек центров элементарных площадок ΔS_j , получим систему алгебраических уравнений вида

$$\sigma(\theta_i) + \frac{\lambda}{2\pi} \sum_{j=1}^N \sigma(M_j) \sum G_{ij}^k = f(\theta_i), \quad (6)$$

здесь $i=1, 2, \dots, N$, а функция G_{ij}^k определяется согласно (5).

Систему уравнений (6) можно записать в векторно-матричной форме $AG=F$, (6 а) где G и F – N – мерные матрицы-столбцы соответственно искомых переменных и правых частей, а A – квадратная матрица коэффициентов размерностью $N \times N$, коэффициенты которой задаются соотношениями

$$a_{ij} = 1 + \frac{\lambda}{2\pi} \sum_{k=1}^4 \int_{\Delta S_j^k} \left[\frac{\cos(\vec{r}_{\theta, M_j^k}, \vec{n}_{\theta_i})}{r_{\theta, M_j^k}^2} + \frac{2\pi}{S^*} \right] dS, i=j; \quad a_{ij} = \frac{\lambda}{2\pi} \sum_{k=1}^4 \int_{\Delta S_j^k} \left[\frac{\cos(\vec{r}_{\theta, M_j^k}, \vec{n}_{\theta_i})}{r_{\theta, M_j^k}^2} + \frac{2\pi}{S^*} \right] dS, i \neq j. \quad (7)$$

Для перехода от интегральной трактовки задачи к численному анализу матричного уравнения необходимо сформировать матрицы A и F для выбранной расчетной модели.

Расчет элементов матрицы A фактически сводится к отысканию функций $G(\theta_i, M_{j^k})$, при этом процесс вычисления интегралов (5) определяется взаимным расположением точек θ и M на поверхности S . Если заметить распределенный заряд σ по площадке ΔS_j сосредоточенным в центральной точке M_0 площадки, то погрешность расчета $\xi \leq 1\%$ при $\vec{r}_{\theta M_0} \geq 8R$ (R – радиус выделенной площадки). В этом случае при расчете недиагональных коэффициентов a_{ij} ($i \neq j$) соотношение (5) заменялось его приближением $G(\theta_i, M_j) \approx K(\theta_i, M_j)_{cp} \cdot \Delta S_j$.

Расчет интеграла $\int_{\Delta S_j} K(\theta_i, M_j) dS$ для значений $r_{\theta, M_j} \leq 8R$ может быть выполнен численно с использо-

ванием кубатурных формул, позволяющих находить приближенное значение подынтегральной функции в конечном числе точек $P_1, P_2, \dots, P_N \in \Delta S_j$ [6]. Совокупность точек P_1, P_2, \dots, P_N называют сеткой узлов кубатурной формулы. Целесообразно использовать формулы максимальной точности с минимальным числом узлов. Этим требованиям удовлетворяет кубатурная формула с двумя ординатами соответственно на отрезках ab и cd выделенной прямоугольной площадки ΔS (отрезок ab параллелен оси x , а cd – оси y).

$$G(\theta_i, M_j) \approx \frac{\Delta S_j}{4} [K(\theta_i, P_1) + K(\theta_i, P_2) + K(\theta_i, P_3) + K(\theta_i, P_4)], \quad (8)$$

где $P_1(x_0, y_0), P_2(x_0, y_1), P_3(x_1, y_0); P_4(x_1, y_1)$ – сетка узлов кубатурной формулы (8), а

$$x_0 = \frac{a+b}{2} - \frac{b-a}{2\sqrt{3}}; \quad x_1 = \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2\sqrt{3}}; \quad y_0 = \frac{c+d}{2} - \frac{d-c}{2\sqrt{3}}; \quad y_1 = \frac{c+d}{2} + \frac{d-c}{2\sqrt{3}}$$

Приведенный алгоритм непригоден при отыскании диагональных коэффициентов a_{ij} ($i=j$), поскольку в этом случае точки θ_i и M_j совпадают и выражения (7) становятся неопределенными. В подобной ситуации предлагается иной способ определения функции $G(\theta_i, M_j)$, заключающийся в аналитическом интегрировании соотношения (5), что возможно, когда поверхность элемента аппроксимируется поверхностью второго порядка, например цилиндрической или сферической.

Для рассматриваемой задачи характерны следующие четыре случая расположения точек θ_i на поверхности S ферромагнитного индуктора: 1) точка θ_i располагается на плоской поверхности (торцевая поверхность кольцевого магнитопровода или поверхность полюсов); 2) точка θ_i располагается на цилиндрической поверхности кольцевого магнитопровода или полюсов; 3) точка θ_i располагается в угловых точках полюсов магнито-

провода; 4) точка θ_i располагается на ребрах магнитопровода. В первом случае для плоской элементарной площадки $\Delta S_i \cos(\vec{r}_{\theta_i M_i}, \vec{n}_{\theta_i}) = 0$ при любом значении $r_{\theta_i M_i}$, когда точка M_i располагается внутри элемента, и поэтому $G(\theta_i, M_i) = \frac{2\pi}{S_*} \Delta S_i$. Во втором случае на поверхность S наносятся два семейства взаимно ортогональных линий, образующих криволинейные прямоугольники со сторонами в виде дуги $R\Delta\varphi$ и отрезка ΔZ (рис.5) и интегрирование соотношения (5) позволяет получить выражение для $G(\theta_i, M_i)$:

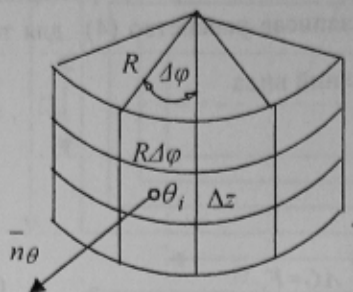


Рисунок 5 – Способ дискретизации цилиндрической поверхности кольцевого магнитопровода

$$G(\theta_i, M_i) = -\frac{\Delta Z}{R} \ln\left(\frac{R\Delta\varphi}{\Delta Z} + \sqrt{1 + \left(\frac{R\Delta\varphi}{\Delta Z}\right)^2}\right) + \frac{2\pi}{S_*} \Delta S_i. \quad (9)$$

Поверхность элемента ΔS_i в третьем случае будем аппроксимировать поверхностью сферического сегмента, выражение $G(\theta_i, M_i)$ для которого имеет вид (Θ – центральный угол сферического сегмента): $G(\theta_i, M_i) = -2\pi \sin \frac{\Theta}{2} + \frac{2\pi}{S_*} \Delta S_i$.

Для расположенных на ребрах магнитопровода точек θ_i целесообразно аппроксимировать элементы ΔS_i цилиндрической поверхностью и для расчета диагональных коэффициентов a_{ij} использовать соотношение (9).

Отыскание коэффициентов a_{ij} связано с выбором способа разбиения поверхности S на элементарные площадки. При этом целесообразно аппроксимировать поверхность ферромагнитного тела элементами ΔS , имеющими наиболее простую при заданной геометрии объекта конфигурацию. Дискретизация магнитной системы на элементарные площадки представляет первый шаг на пути численного решения задачи, который не имеет строго теоретического обоснования. Неудачная дискретизация ведет к получению грубого приближения к искомому решению [7, 8]. Окончательный выбор характера дискретизации может быть произведен только после выполнения решения с помощью вычислительного эксперимента с изменяемым шагом дискретизации или по сопоставлению результатов расчета с экспериментальными данными.

Для уменьшения объема вводимой числовой информации целесообразно учесть симметрию магнитной системы, а также симметрию распределения плотности вторичных источников σ , что позволяет ограничиться данными об одной четверти поверхности магнитопровода, заключенной между плоскостями YOZ и YOX. Координаты симметричных относительно указанных выше плоскостей точек M_{jk} будут следующими:

$$M_{j1}(x_j; y_j; z_j), M_{j2}(-x_j, y_j, z_j), M_{j3}(x_j, y_j, -z_j), M_{j4}(-x_j, y_j, -z_j).$$

В работе принят следующий способ дискретизации. На основаниях кольцевого магнитопровода участки ΔS_1 были образованы взаимно ортогональными семействами линий – прямыми $\varphi_k = const$ и окружностями $r_m = const$ (рис.6). Для координат центров элементарных площадок, принадлежащих торцевым поверхностям кольцевого магнитопровода, с учетом обозначений, принятых на рис.6 и рис.1, можно записать

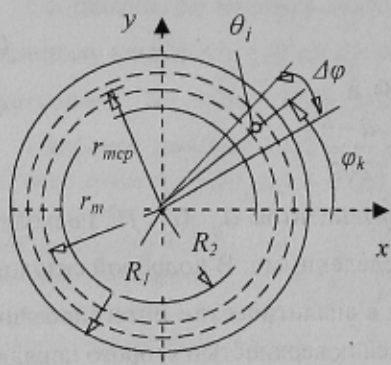


Рисунок 6 – Способ дискретизации торцевой поверхности кольцевого магнитопровода

$x_{mk} = r_{mcp} \cdot \cos \varphi_k, y_{mk} = r_{mcp} \cdot \sin \varphi_k, z_{mk} = H/2$, где r_{mcp} и φ_k задаются в виде

$$r_{mcp} = \sqrt{(r_m^2 + r_{m-1}^2)/2}, \quad \varphi_k = \Delta\varphi_1/2 + \Delta\varphi_1 \cdot (k-1) + \varphi_n, \quad \text{а } m=1, 2, \dots, n_r; \quad k=1, 2, \dots, n_r; \quad \varphi_n = -\frac{\pi}{2}. \quad (10)$$

Координаты узлов кубатурной формулы (8) определяются соотношениями:

$$x_0 = r_0 \cdot \cos \varphi_{k0}, \quad y_0 = r_0 \cdot \sin \varphi_{k0}, \quad z_0 = h_k/2, \quad x_1 = r_1 \cdot \cos \varphi_{k1},$$

$$y_1 = r_1 \cdot \sin \varphi_{k1}, \quad z_1 = h_k/2,$$

$$\text{где } r_0 = r_{mcp} \cdot \frac{r_m - r_{m-1}}{2\sqrt{3}}, \quad r_1 = r_{mcp} \cdot \frac{r_m + r_{m-1}}{2\sqrt{3}}, \quad \varphi_{k0} = \varphi_k - \frac{\Delta\varphi}{2\sqrt{3}},$$

$$\varphi_{k1} = \varphi_k + \frac{\Delta\varphi}{2\sqrt{3}}. \quad (11)$$

Площадь элементарных участков ΔS_1 определяется равенством

$$\Delta S_1 = \frac{\Delta \varphi_1 \cdot (r_m^2 - r_{m-1}^2)}{2}$$

Величины проекций нормалей \vec{n}_{θ_i} на оси декартовой системы координат задаются соотношениями: $n_x = 0$, $n_y = 0$, $n_z = 1$.

Для расположенных на цилиндрических поверхностях магнитопровода точек наблюдения θ_i элементы ΔS_2 представляют собой криволинейные прямоугольники со сторонами в виде дуги $R\Delta\varphi_2$ и отрезка Δz_m , причем при произвольном разбиении цилиндрических поверхностей по высоте на n_z частей для каждой цилиндрической поверхности радиуса R должно выполняться равенство $h_k / 2 = \sum_{m=1}^{n_z} \Delta z_m$.

Координаты центров площадок ΔS_2 определяются соотношениями $y_{mk} = R \cdot \sin \varphi_k$, $x_{mk} = R \cdot \cos \varphi_k$, $z_{mk} = \frac{\Delta z}{2} + (m-1) \cdot \Delta z$, здесь $m = 1, 2, \dots, n_z$, $k = 1, 2, \dots, n_\varphi$; n_φ - число разбиений на равные дуги цилиндрической поверхности, φ_k - рассчитывается согласно (10), а $\Delta\varphi_2 = \frac{\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}}{n_\varphi}$, $\Delta z = h_k / 2 \cdot n_z$, где $\varphi_{\text{нач}}$ и $\varphi_{\text{кон}}$ - угловые координаты, определяющие начальное и конечное положения цилиндрических поверхностей, h_k - высота цилиндрической поверхности магнитопровода.

Координаты узлов кубатурной формулы (9) для цилиндрических поверхностей определяются согласно выражениям

$$x_0 = R \cdot \cos \varphi_{k0}, \quad y_0 = R \cdot \sin \varphi_{k0}, \quad z_0 = z_{mk} - \frac{\Delta z}{2\sqrt{3}}, \quad x_1 = R \cdot \cos \varphi_{k1}, \quad y_1 = R \cdot \sin \varphi_{k1}, \quad z_1 = z_{mk} + \frac{\Delta z}{2\sqrt{3}},$$

где φ_{k0} и φ_{k1} рассчитываются согласно (11).

$$\text{Площадь этих элементарных участков} \quad \Delta S_2 = R \cdot \Delta\varphi_2 \cdot \Delta z.$$

Проекции нормалей \vec{n}_{θ_i} на оси декартовой системы координат $n_x = \pm x_{\theta_i} / R$, $n_y = \pm y_{\theta_i} / R$, $n_z = 0$, где знак "+" соответствует цилиндрической поверхности радиуса R_1 , знак "-" - цилиндрическим поверхностям радиусов R_2 , R_3 , а $R = R_1, R_2, R_3$.

При выборе способа дискретизации поверхности полюсов достаточно разработать алгоритм расчета координат центров элементарных участков и узлов кубатурной формулы (8) только полюса 1, так как эти координаты для поверхности полюсов 2, 3 легко определяются при учете симметрии вокруг оси OZ.

Рассмотренный приближенный метод решения интегральных уравнений требует решения систем линейных алгебраических уравнений (6 а), которые могут быть решены как прямыми, так и итерационными методами, а также комбинированными, основанными на их совместном использовании. Матрица коэффициентов A рассматриваемой системы уравнений, является полностью заполненной и несимметричной. В этом случае наиболее эффективными оказываются прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Среди прямых методов одним из наиболее быстродействующих является метод исключения Гаусса, который был использован в этой работе.

Для проверки алгоритма расчета и оценки его трудоёмкости в работе в качестве модели была использована известная задача об аналитическом расчете магнитного поля цилиндрического экрана, находящегося в плоскопараллельном магнитном поле [9]. Сравнение численного эксперимента с аналитическими результатами проводилось с помощью нормальной составляющей индукции B_n на границе воздух - ферромагнетик. Эта процедура легко осуществима при известном законе распределения плотности "вторичных" магнитных зарядов по поверхности ферромагнитного тела. Искомая величина B_n связана с поверхностной плотностью магнитных зарядов σ соотношением [9]

$$B_n = \frac{\sigma}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{\lambda}\right).$$

Близость получаемых при численном решении значений функции σ на поверхности цилиндрического экрана к истинному распределению в значительной степени определяется как порядком системы алгебраических уравнений, аппроксимирующих исходное интегральное уравнение, так и величиной магнитной проницаемости μ . Указанные аспекты численной реализации исследуемого алгоритма рассматривались на модели цилиндрического экрана с внутренним и внешним радиусами 0,08 м и 0,1 м и высотой 1 м. При таком соотношении размеров магнитное поле вблизи геометрического центра экрана можно считать двухмерным и величину B_n определять согласно [9].

В процессе математического моделирования значение параметра N порядка решаемой системы алгебраических уравнений изменялось от 240 до 576, а величина относительной магнитной проницаемости от 20 до

2000. Тестовые численные расчеты показали, что при изменении магнитной проницаемости μ от 20 до 100 и $N \geq 324$ погрешность расчета плотности магнитных зарядов на цилиндрических поверхностях экрана не превышает 5 %, причем меньшим значениям магнитной проницаемости соответствуют меньшие значения погрешности. Для $\mu = 2000$ и $N = 576$ погрешность составила 23 %. Для всех численных расчетов плотность вторичных магнитных зарядов превышает аналогичные величины, полученные аналитическим путем.

Сравнение численного эксперимента с аналитическими результатами исследования магнитного поля цилиндрического экрана позволяют проверить алгоритм расчета, но не избавляют от необходимости определения возникающей при этом погрешности в расчете магнитного поля исходной задачи для кольцевого магнитопровода. Поэтому для оценки погрешности математического моделирования исходной задачи были проведены тестовые численные расчеты лабораторного образца устройства (рис.1). Значение параметра N изменялось от 128 до 405, поскольку при дальнейшем его увеличении плотность распределения магнитных зарядов остается практически неизменной. Для оценки погрешности расчетов было проведено измерение нормальной составляющей индукции в ряде контрольных точек.

Результаты измерений были приняты в качестве эталонных. Тестовые численные расчеты показали, что максимальная величина относительного отклонения результатов моделирования характерна для угловых точек и ребер, и она не превышает 68 % при всех рассматриваемых значениях параметра N , причем для всех угловых точек результаты численного моделирования превышают экспериментальные данные. На гладких участках границы раздела сред максимальное относительное отклонение результатов моделирования составило 21 %. Максимальная величина погрешности расчета индукции магнитного поля в центре рабочего зазора, которая соответствует минимальному значению параметра $N=128$, составила 18 %. При увеличении параметра N относительная погрешность уменьшается. Так при $N=405$ величина погрешности расчета индукции магнитного поля в центре рабочего зазора составила 5,6 % (индукция в центре воздушного зазора при токе катушек 3 А равна 94,4 мТл по данным моделирования и 100 мТл в эксперименте).

Выводы.

1. Разработан алгоритм расчета трехмерного магнитного поля индуктора устройства прессования ферритов с кольцевым трехлучевым магнитопроводом, использующий интегральные уравнения Фредгольма II рода и магнитные заряды в качестве вторичных источников и позволяющий изменять в автоматическом режиме величины параметра дискретизации границ раздела сред и магнитной проницаемости ферромагнитного материала.
2. Сравнение тестового численного расчета магнитного поля цилиндрического экрана на основе разработанного алгоритма с известным его аналитическим расчетом показало хорошее совпадение результатов. При изменении магнитной проницаемости μ от 20 до 100 погрешность расчета плотности магнитных зарядов на цилиндрических поверхностях экрана не превышает 5 % при порядке системы уравнений $N \geq 324$.
3. Максимальная величина погрешности расчета индукции магнитного поля в центре рабочей зоны трехлучевого индуктора при минимальном значении параметра $N=128$ составила 18 %, а при $N=405$ - 5,6 %.

ЛИТЕРАТУРА

1. Эсауленко В.А., Никорюк Н.С. Методика расчета магнитного поля индуктора электромагнитного устройства прессования гексагональных ферритов. // Наукові праці Донецького державного технічного університету. Серія: "Електротехніка і енергетика", випуск 41: Донецьк: ДонДТУ, 2002. -С. 203-207.
2. Эсауленко В.А., Никорюк Н.С. Оптимизация параметров магнитной системы трехлучевого индуктора шагового магнитного поля устройства прессования гексагональных ферритов // Збірник наукових праць Донецького національного технічного університету. Серія: "Електротехніка і енергетика", випуск 50: Донецьк: ДонНТУ, 2002. -С. 27-31.
3. Демирчян К.С., Чечурин В.Л. Машинные расчеты электромагнитных полей. - М.: Высшая школа. 1986.-240 с.
4. Тозони О.В. Метод вторичных источников в электротехнике. - М.: Энергия, 1975. - 296 с.
5. Забрейко П.П., Кошелев А.И., Красносельский М.А., Михлин С.Г., Раковщик Л.С., Стеценко В.Я. Интегральные уравнения. - М.: Наука, 1968. - 448 с.
6. Демирчян К.С., Чечурин В.Л. Расчет вихревых магнитных полей на основе использования скалярного магнитного потенциала //Электричество. - 1982. - №1. - С. 7 - 14
7. Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений, Т.1. - М.: Наука, 1966. - 632 с.
8. Кияткин Р.П. К численному расчету статических полей методом интегральных уравнений // Моделирование и расчет магнитных полей и электродинамических усилий в электрических машинах и аппаратах. - Омск: ОмПИ, 1979. - С. 63-69.
9. Говорков В.А. Электрические и магнитные поля. - М.: Энергия, 1968. - 488 с.

Рекомендовано проф., д.т.н. Рогозиным Г.Г.