Міністерство освіти і науки України
Донецький національний технічний університет

Кафедра «Вища математика» ім. В.В. Пака

Збірник науково-методичних робіт

Випуск 5

Донецьк – 2007

УДК 51(07), 51, 519.216, 517.518.45, 517.9, 531.38, 539.5, 5:371.214.114 , 621.647.1:621.316.1

Рекомендовано до друку Радою Донецького Національного Технічного Університету
Протокол № 9 від 21.12. 2007 р.

Збірник науково-методичних робіт. - Вип. 5. - Донецьк: ДонНТУ, 2007. – 212 с.

В збірнику представлено різні напрямки застосування математичних методів до розв'язання інженерних задач, а саме, задач механіки твердого тіла, фізики магнітних явищ, статистичної фізики та інших.

Науково-методичні роботи є узагальненням досвіду викладачів кафедри по удосконалюванню математичної підготовки спеціалістів.

Видання розраховано на широке коло наукових робітників, а також аспірантів та студентів старших курсів університетів.

Адреса редакційної колегії : Україна, 83050, м. Донецьк, вул. Артема, 96, ДонНТУ, 3-й учбовий корпус, кафедра "Вища математика", тел. (062) 3010901.

Надбарьерное скольжение краевой дислокации через дислокационный лес

В. В. Малашенко, Т.И Малашенко
Донецкий национальный технический университет
Донецкий физико-технический институт НАН Украины

Досліджено динамічний рух пари дислокацій через ліс паралельних їм дислокацій. Запропоновано новий механізм дисипації. Обчислено силу динамічного гальмування дислокацій, що рухаються.

Взаимодействие движущихся дислокаций с дислокациями леса играет огромную роль в процессах деформационного упрочнения и пластической деформации, поэтому исследованию этого вопроса посвящено значительное количество как экспериментальных, так и теоретических работ [1-3]. В большинстве теоретических работ методами машинного моделирования исследовалось движение одиночной пробной дислокации через лес гибких либо жестких параллельных дислокаций леса, пересекающих плоскость скольжения пробной дислокации, причем задача решалась в квазистатическом приближении (малые скорости движения дислокаций). В работе [4] теоретически исследовалось движение одиночной винтовой дислокации через лес параллельных ей винтовых дислокаций с высокой скоростью, т.е. при внешних напряжениях $\sigma > \sigma_i = (\mu b / 2\pi) n^{1/2}$, где μ - модуль сдвига, n - плотность закрепленных дислокаций. При таких скоростях движение дислокации лимитируется динамическими механизмами торможения. Раскачивание сегментов дислокаций леса движущейся дислокацией приводило к необратимым потерям ее кинетической энергии, именно в этом и заключался исследованный в работе [4] механизм торможения. Как известно, краевые дислокации, расположенные в параллельных плоскостях скольжения, способны образовывать устойчивые конфигурации, выстраиваясь одна над другой [5]. Этот процесс является основой полигонизации, в результате которой в кристаллах возникают дислокационные стенки. Под действием внешних напряжений такие образования могут перемещаться по кристаллу. В работах [6,7] анализировалось движение пары краевых дислокаций в параллельных плоскостях скольжения кристалла, содержащего хаотически распределенные точечные дефекты. В настоящей работе исследуется движение пары краевых дислокаций, скользящих в параллельных плоскостях через лес краевых дислокаций параллельных данной паре. Механизм диссипации заключается в необратимом переходе кинетической энергии движущихся дислокаций в энергию их колебаний относительно центра масс дислокационной пары.

Пусть две бесконечные краевые дислокации под действием постоянного внешнего напряжения σ_0 движутся в параллельных плоскостях: одна - в плоскости *XOZ* (т.е. *y*=0), а вторая – в плоскости $y=a$, где a– расстояние между плоскостями скольжения. Линии дислокаций параллельны оси *OZ*, их векторы Бюргерса имеют координаты $(b,0,0)$, т.е. параллельны оси *OX,* в положительном направлении которой центр масс данной дислокационной пары движется с постоянной скоростью v. Линии краевых дислокаций леса, которые мы будем считать жесткими, также параллельны оси OZ ,их векторы Бюргерса для простоты будем считать такими же, как и векторы скользящих дислокаций. Взаимодействие движущихся дислокаций с неподвижными дислокациями леса приводит к тому, что подвижные дислокации начинают совершать колебания в своих плоскостях скольжения относительно плоскости $x=vt$ перпендикулярной этим плоскостям. Положение дислокаций определяется функциями

$$X_1(y=0;t)=vt+w_1(y=0;t),$$
$$X_2(y=a;t)=vt+w_2(y=a;t), \qquad (1)$$

где $w_1(y=0,z,t),\ w_2(y=a,z,t)$ –случайные величины, среднее значение которых по ансамблю дислокаций равно нулю. Движение каждой дислокации задается уравнением

$$m\frac{\partial X_K^2}{\partial t^2}=b\left[\sigma_0+\sigma_{xy}^K(vt+w_K;z)\right]+F_{dis}-B\frac{\partial X_K}{\partial t} \qquad (2)$$

Здесь $K=1,2$ - номер дислокации, m - масса единицы длины дислокации (для простоты считаем массы дислокаций одинаковыми), B - константа демпфирования, обусловленная фононными, магнонными, электронными либо иными механизмами диссипации, характеризующимися линейной зависимостью силы торможения дислокации от скорости ее скольжения, c - скорость распространения поперечных звуковых волн в кристалле, σ_{xy}^K - компонента тензора напряжений, создаваемых дислокациями леса на линии K-й дислокации, $\sigma_{xy}^K=\sum_{i=1}^{N}\sigma_{xy,i}^K$, N - число дислокаций леса в кристалле. F_{dis} - сила взаимодействия дислокаций между собой, которая согласно [5], определяется формулой

$$F_{dis} = b^2 M \frac{x(x^2 - y^2)}{r^4} \approx -\frac{b^2 M w}{a^2}, \qquad M = \frac{\mu}{2\pi(1-\gamma)}, \qquad (3)$$

где γ - коэффициент Пуассона. Здесь учтено, что $w << a$ (приближение малых колебаний) и $r \approx a$. Две краевые дислокации, расположенные в параллельных плоскостях скольжения одна над другой, представляют линейный гармонический осциллятор. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим эти дислокации в системе, связанной с их центром масс, и запишем для них уравнение движения $m\ddot{w}_K = -\frac{b^2 M}{a^2} w_K$; $\ddot{w}_K + \omega_0^2 w_K = 0$;

$$\omega_0^2 = \frac{b^2 M}{a^2 m} = \frac{2c^2}{a^2 \ln(D/L)} \approx \frac{c^2}{a^2}, \qquad (4)$$

где L - длина дислокации, D - величина порядка размеров кристалла. Влиянием вязкого торможения, создаваемого фононной подсистемой, на затухание дислокационных колебаний можно пренебречь при выполнении условия

$$\frac{\mu b}{2\pi(1-\gamma)} \left(\frac{b}{a} \right)^2 \gg Bv \qquad (5)$$

Для значений $\mu = 3 \cdot 10^{10} \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^{-2}$, $b \approx 3 \cdot 10^{-10}$ m, $v \approx 10^{-2} c \approx 30 \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$, $a \approx 10b$ получим, что это условие выполняется для $B \leq 10^{-4} \mathrm{Pa} \cdot \mathrm{s}$, т.е. практически при любых значениях константы демпфирования.

Воспользовавшись методами, развитыми ранее в работах [7-9], получим выражение для силы торможения каждой из дислокаций в виде

$$F = b < \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial X} w > = \frac{nb^2}{8\pi^2 m} \int dp_x dp_y \left| p_x \right| \left| \sigma_{xy}(p) \right|^2 \delta(p_x^2 v^2 - \omega_0^2) \qquad (6)$$

где n - плотность дилокаций леса, $\delta(p_x^2 v^2 - \omega_0^2)$ - это δ-функция Дирака, отражающая исследуемый механизм диссипации – переход кинетической энергии поступательного движения дислокации в энергию колебаний с частотой ω_0. Далее $\sigma_{xy}(p) = \sigma_{xy}(p_x, p_y, 0)$ - Фурье-образ тензора деформаций, создаваемых дислокацией леса, который в данном случае имеет вид (т.к. от координаты z ничего не зависит, $p_z = 0$)

$$\sigma_{xy}(p) = \frac{2\mu b i}{1-\gamma} \frac{p_x p_y^2}{p^4} \qquad (7)$$

После выполнения преобразований получим выражение для силы динамического торможения движущейся дислокации дислокациями леса в следующем виде

$$F=\frac{\pi n b^4 \mu^2}{8m\omega_0(1-\gamma)^2 v}\approx n b^2 \mu a \frac{c}{v} \qquad (8)$$

Таким образом, сила торможения дислокации, обусловленная рассматриваемым механизмом, обратно пропорциональна скорости дислокационного скольжения, т.е. такая сила не может обеспечить динамическую устойчивость дислокационного движения – оно может быть устойчивым лишь при наличии квазивязких сил, например, фононного или магнонного происхождения.

Выполним численные оценки. Возьмем типичные для металлов значения $\mu = 3\cdot 10^{10}\mathrm{N\cdot m^{-2}}$, $b \approx 3\cdot 10^{-10}$ m. Тогда для значений $n \approx 10^{12}\mathrm{m^{-2}}$, $v \approx 10^{-2}c \approx 30\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, $a \approx 10b \approx 3\cdot 10^{-9}$ m получим значение силы торможения $F \approx 10^{-4}\mathrm{N\cdot\ m^{-1}}$. Эта сила торможения сравнивается по порядку величины с квазивязкой силой фононного происхождения при значениях константы демпфирования $B \approx 10^{-5}\mathrm{Pa\cdot s}$. Для значения $a \approx 100b \approx 3\cdot 10^{-8}\mathrm{m}$ получим соответственно $F \approx 10^{-3}\mathrm{N\cdot\ m^{-1}}$ и $B \approx 10^{-4}\mathrm{Pa\cdot s}$.

Предложенный механизм торможения может оказывать существенное влияние на характер движения дислокаций при высокоскоростном деформировании.

Литература

1. *Логинов Б.М., Проскурин А.Н., Вершинин Е.В.* // ФТТ. 2002. Т.44.№10. С.1799-1801.
2. *Шпейзман В.В., Николаев В.И., Смирнов Б.И., Лебедев А.Б.,Ветров В.В., Пульнев С.А., Копылов В.И.* // ФТТ.1998.Т.40. №9.С.2621.
3. *Логинов Б.М., Толстых С.В.* // ФТТ.1993. Т.35. №2. С.469.
4. *Нацик В.Д., Миненко Е.В. //* ФТТ.1970. Т.12.№7. С.2099-2104.
5. *Косевич А.М.* Дислокации в теории упругости. Киев: Наук. думка, 1978. 220 с.
6. *Малашенко В.В.* // ЖТФ . 2006. Т.76. №6. С.127-129.
7. *Малашенко В.В.* // ФТТ . 2006. Т.48. №3. С.433-435.
8. *Малашенко В.В.* // ФММ . 2005. Т.100. №6. С.103-106.
9. *Malashenko V.V., Sobolev V.L., Khudik B.I.* // Phys. Stat. Sol. (b). 1987. V.143. №2. P.42

УДК 539.5

СОДЕРЖАНИЕ

1. ***Улитин Г.М.*** Об одном способе доказательства формулы Тейлора……………………………………………………………………...3

2. ***Малашенко В. В., Малашенко Т.И.*** Надбарьерное скольжение краевой дислокации через дислокационный лес ………………………………………6

3. ***Малашенко В. В.*** Динамика дислокаций в примесных кристаллах……..10

4. ***Малашенко В. В.*** Выход винтовых дислокаций на стационарный режим движения………………………………………………………………………17

5. ***Зиновьева Я.В.*** Новое точное решение задачи о движении двух гироскопов Лагранжа, сочлененных идеальным сферическим шарниром, на инвариантном соотношении специального вида……………………….…21

6. ***Лесина М.Е., Зиновьева Я.В***. Частное решение задачи о движении по инерции двух гироскопов Лагранжа……………………………………..32

7. ***Лесина М.Е., Зиновьева Я.В.*** Частное решение уравнений движения системы двух гироскопов Лагранжа, при одном условии, связывающем циклические постоянные…………………………………...42

8. ***Руссиян С. А.*** Исследование влияния переходных процессов на устойчивость работы аппарата АЗУР-1 при коммутации кабельного ответвления сети……………………………………………………………65

9. ***Лесина М.Е., Гоголева Н.Ф.*** Уравнение аксоидов задачи о движении двух гироскопов Лагранжа, соединенных неголономным шарниром при нулевом значении момента количества движения системы…………………………………………………………………..…70

10. ***Лесина М.Е., Гоголева Н.Ф.*** Аксоиды для нового точного решения в задаче о движении по инерции двух гироскопов Лагранжа, соединенных неголономным шарниром………………………………………………..96

11. ***Гончаров А.Н.*** Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и определитель Вронского…………125

12. ***Ярхо Т.А.*** Особенности изложения темы числовые ряды в курсе высшей математики технического университета ……………………………………127

13. ***Наконечная Т.В., Никулин А.В.*** Применение таксонометрического метода при планировании математической подготовки студентов технических направлений ………………………………………………144

14. ***Варварецька Г.А., Клімова Т.І., Сапронова Т.М.*** Система роботи викладачів математики вищої школи в центрі довузівської підготовки ОНМА ………………………………………………………………………152

15. ***Евсеева Е. Г., Савин А. И.*** Опорный конспект по теории множеств….161

16. ***Косолапов Ю.Ф., Ляшенко С. В.*** Некоторые применения дельта-функции во втузе…………………………………………………………...171

17. ***Алєксєєва І.В., Гайдей В.О., Диховичний О.О.,Коновалова Н.Р., Федорова Л.Б.*** Курс дистанційної освіти « Лінійна алгебра та Аналітична геометрія » ………………………………………………………………178

18. ***Ткач Ю.М.*** Міжпредметні зв'язки при вивченні математики та основ економіки в класах економічного профілю……………………………………187
19. ***Локтионов И.К., Гусар Г.А., Локтионов К.И.*** Оценки погрешностей квадратных формул – общий подход…………………………………..…196
20. ***Ехилевский С.Г.*** Дискретность спектральной плотности и представление для обобщенных функции Дирака и Хевисайда……………………………202
21. ***Ехилевский С.Г.*** Разложение в ряд Фурье таблично заданных функций ………………………………………………………………………………206