Міністерство освіти і науки України
Донецький національний технічний університет

Кафедра «Вища математика» ім. В.В. Пака

Збірник науково-методичних робіт

Випуск 5

Донецьк – 2007

УДК 51(07), 51, 519.216, 517.518.45, 517.9, 531.38, 539.5, 5:371.214.114 , 621.647.1:621.316.1

Рекомендовано до друку Радою Донецького Національного Технічного Університету
Протокол № 9 від 21.12. 2007 р.

Збірник науково-методичних робіт. - Вип. 5. - Донецьк: ДонНТУ, 2007. – 212 с.

В збірнику представлено різні напрямки застосування математичних методів до розв'язання інженерних задач, а саме, задач механіки твердого тіла, фізики магнітних явищ, статистичної фізики та інших.

Науково-методичні роботи є узагальненням досвіду викладачів кафедри по удосконалюванню математичної підготовки спеціалістів.

Видання розраховано на широке коло наукових робітників, а також аспірантів та студентів старших курсів університетів.

Адреса редакційної колегії : Україна, 83050, м. Донецьк, вул. Артема, 96, ДонНТУ, 3-й учбовий корпус, кафедра "Вища математика", тел. (062) 3010901.

УДК 539.5

Выход винтовых дислокаций на стационарный режим движения

В. В. Малашенко
Донецкий национальный технический университет
Донецкий физико-технический институт НАН Украины

Теоретично досліджено перехідні процеси щодо руху дислокацій в кристалі з точковими дефектами.

Движение дислокаций в кристаллах довольно часто имеет нестационарный характер, поэтому исследование выхода дислокаций на стационарный режим скольжения является важным и пока еще недостаточно изученным аспектом дислокационной динамики. Особенно важен учет переходных процессов при движении дислокаций в поле переменных внешних нагрузок. Многочисленные эксперименты (см., например, обзоры [1-3]) доказывают возможность стационарного движения дислокаций в динамической области. Согласно современным представлениям стационарное движение дислокаций при комнатных температурах обеспечивается в основном фононными механизмами диссипации энергии. Однако с понижением температуры фононный вклад в константу демпфирования уменьшается, и при достаточно низких температурах динамическое торможение дислокации точечными дефектами (примесями, вакансиями, междоузельными атомами) может стать определяющим, поскольку эффективность этого механизма диссипации практически не зависит от температуры. Возникает вопрос: возможно ли в этом случае стационарное движение дислокации? Известно, что в области температур, при которых доминирующими являются фононные механизмы торможения, и скорость установившегося движения дислокаций, и характерное время выхода дислокации на стационарный режим движения определяются константой фононной вязкости. В работе [4] исследовалось нестационарное движение краевой дислокации в поле хаотически распределенных точечных дефектов. Было показано, что характерное время переходного процесса в случае краевой дислокации определяется взаимодействием не с фононной подсистемой, а с именно с точечными дефектами. Кроме того, в отсутствие фононных механизмов диссипации движение краевой дислокации является абсолютно неустойчивым. В настоящей работе исследовано нестационарное движение винтовой дислокации в поле точечных дефектов и показано, что оно существенно отличается от движения краевой. В данной работе мы попытаемся ответить на следующие вопросы: при каких условиях возможно стационарное движение винтовой дислокации в поле точечных дефектов, чем определяется ее стационарная скорость и характерное время переходного процесса, как зависят переходные процессы от типа точечных дефектов?

Пусть прямолинейная винтовая дислокация движется в плоскости XOY вдоль оси OX. Линия дислокации и вектор Бюргерса направлены вдоль оси OY, положение дислокации определяется функцией $X(y,t)$. В начальный момент времени дислокация неподвижна и прямолинейна: $X(y,0)=0$; $\dot{X}(y,0)=0$ (точка означает дифференцирование по времени). При $t=0$ дислокация начинает скользить под действием постоянного внешнего напряжения σ_0. Функцию $X(y,t)$ представим в виде

$$X(y,t)=u(t)+w(y,t); \quad <X(y,t)>=u(t); \quad \dot{u}(t)=v(t) \qquad (1)$$

Здесь < …> означает усреднение по хаотическому распределению дефектов, функция $u(t)$ описывает движение дислокации как целого, $v(t)$ - скорость движения дислокации. Движение дислокации описывается уравнением

$$m\left[\frac{\partial^2 u(t)}{\partial t^2}+\frac{\partial^2 w(y,t)}{\partial t^2}-c_t^2\frac{\partial^2 w(y,t)}{\partial y^2}\right]= \qquad (2)$$

$$\left[b\sigma_0 - F_d\{u(t)+w(y,t),y,0\}\right]\theta(t)$$

Здесь m - масса единицы длины дислокации, $\theta(t)$ - функция Хевисайда, F_d - сила торможения, действующая на дислокацию со стороны точечных дефектов, c_t - скорость поперечных звуковых волн. В принятых нами обозначениях после усреднения по хаотическому распределению дефектов уравнение движения винтовой дислокации примет вид

$$m\dot{v}(t)=b\sigma_0-\frac{nb^2}{mc_t}\int\frac{d^3q}{(2\pi)^3}\left|\sigma_{yz}(\bar{q})\right|^2\frac{q_x}{q_y}\frac{\sin\left[\left(q_x v-q_y c_t\right)t\right]}{q_x v-q_y c_t}$$

Здесь $\sigma_{yz}(\bar{q})$ - Фурье- образ тензора напряжений, создаваемых точечным дефектом, n - концентрация дефектов. Существование стационарного решения определялось из условия $v(t)=v_0$ при стремлении t к бесконечности. Выполняя этот предельный переход и производя интегрирование по импульсам, получим выражение для скорости стационарного движения винтовой дислокации

$$v_0^{scr} = \frac{\sigma_0 m c_t^3}{n_0 b^2 \mu^2 \varepsilon^2} \tag{4}$$

где μ - модуль сдвига, ε - параметр несоответствия дефекта.

Пользуясь методами теории вычетов, можно показать, что характер переходного процесса определяется поведением Фурье-образа тензора напряжений в области малых импульсов, т.е. на больших расстояниях. Сделанный нами вывод продемонстрируем на примере некоторых модельных выражений [5,6] .

1. Дефекты, создающие напряжения типа экранированного кулоновского поля

$$s_{yz}(\bar{r}) = D \frac{\P^2}{\P z \P y} \frac{e^{-kr}}{r} \qquad s_{yz}(\bar{q}) = 4pD \frac{q_y q_z}{q^2 + k^2} \tag{5}$$

Выход дислокации на стационарный режим происходит экспоненциально

$$v = v_0(1 - e^{-\gamma t}) - \eta \frac{e^{-\kappa v_0 t}}{\sqrt{\kappa v_0 t}} \tag{6}$$

Здесь $\gamma = B/m$, где B - константа демпфирования, обусловленная торможением дислокации точечными дефектами (см. [7]), $B = n_0 \varepsilon^2 \mu b c_t^{-1}$.

2. Дефекты типа центра дилатации

$$\sigma_{yz}(\bar{r}) = \mu R^3 \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \frac{1}{r} \qquad \sigma_{yz}(\bar{q}) = \frac{4\pi \mu a^3 \varepsilon q_y q_z}{q^2} \tag{7}$$

Переходный процесс в этом случае описывается степенным законом

$$v = v_0(1 - e^{-\gamma t}) - \frac{1}{t^2} \frac{\beta R^6 \mu^2 \varepsilon^2}{\gamma v_0 c_t^2} \tag{8}$$

3. Дельтообразные точечные дефекты

$$\sigma_{yz}(\bar{r}) = K \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \delta(\bar{r}) \qquad \sigma_{yz}(\bar{q}) = K q_y q_z \tag{9}$$

Переходный процесс в этом случае имеет характер затухающих осцилляций, причем затухание происходит по степенному, а не по экспоненциальному закону

$$v = v_0(1 - e^{-\gamma t}) - \varphi \frac{\sin\left(\frac{v_0 t}{b}\right)}{t} \qquad (10)$$

Таким образом, для винтовой дислокации, как и для краевой, выход на стационарный режим движения при наличии постоянных внешних сдвиговых напряжений и взаимодействия со случайно расположенными дефектами зависит от вида тензора напряжений, создаваемых дефектами, а характерное время переходного процесса определяется взаимодействием не с фононной подсистемой, а с точечными дефектами. Однако имеется ряд существенных различий в характере переходных процессов винтовой и краевой дислокации. Так в случае краевой дислокации стационарное решение является неустойчивым по отношению к малым вариациям скорости, т.е. при отсутствии фононных механизмов торможения стационарный режим не может быть реализован. При наличии фононной вязкости для краевой дислокации существуют два значения стационарной скорости, одно из которых соответствует устойчивому решению, другое - неустойчивому, причем существует некоторое минимальное значение скорости, ниже которого стационарного решения вообще не существует. В случае винтовой дислокации стационарное решение является устойчивым и может быть реализовано даже при отсутствии фононной диссипации, а значение стационарной скорости пропорционально величине внешнего сдвигового напряжения и обратно пропорционально концентрации точечных дефектов .

Полученные результаты справедливы при выполнении условия $\left(\frac{\sigma_0}{\mu}\right) >> n_0 \varepsilon$.

Литература

1. В. И. Альшиц, В. Л. Инденбом.- УФН.- **115,** 1 (1975).
2. М. И. Каганов, В. Я. Кравченко, В. Д. Нацик.- УФН .- **111**, 655 (1973).
3. А. М. Косевич.- УФН.- **84**, 579 (1964).
4. В. В. Малашенко, В. Л. Соболев, Б. И. Худик.- ФММ **61**, 218 (1986).
5. В. В. Малашенко, Т. И. Малашенко.- ФТВД.- **9,** 30 (1999).
6. В.В. Малашенко, Т.И. Малашенко.- ФТВД.- **11**, 121(2001).
7. В. В. Малашенко.- ФТТ.- **39**, 493 (1997).

СОДЕРЖАНИЕ