

## **АВТОМОБІЛЬНІ ДОРОГИ ТА СПОРУДИ**

УДК 539.3

**Неклюдов М. В.**

**АДІ ДВНЗ «ДонНТУ», м. Горлівка**

### **ВПЛИВ РОЗПОДІЛУ НАВАНТАЖЕННЯ ПО ДЕННІЙ ПОВЕРХНІ НА НАПРУЖЕНИЙ СТАН ТУНЕЛЮ МІЛКОГО ЗАКЛАДАННЯ**

*Досліджується вплив ширини смуги навантаження, прикладеного на поверхні шару, на напружений стан кріплення тунелю мілкового закладання та масиву порід, що його оточує. Для розв'язання задачі застосовується один із варіантів методу граничних елементів — метод фіктивних навантажень. Наведено результати розрахунків при зміні геометричних параметрів задачі.*

#### **Вступ**

Тунелі є одними з найбільш складних споруд, що зустрічаються у транспортному будівництві. Складними їх роблять як способи проектування й будівництва, так і методи розрахунку. Слід зазначити, що за методами розрахунку принципово розрізняють тунелі мілкового та глибокого закладання. Питанню розрахунків тунелів глибокого закладання присвячена численна науково-технічна література, чого не можна сказати стосовно методів розрахунку тунелів мілкового закладання.

При розрахунках тунелів глибокого закладання вплив денної поверхні не враховується й виробку розглядають як отвір у нескінченній площині. Фундаментальні дослідження цього питання при застосуванні теорії функцій комплексної змінної належать Г.М. Савіну [1], О.С. Космодам'янському [2]. Практичне застосування результатів, отриманих вищезгаданими вченими, до задач гірничої механіки описано у роботах М.С. Буличева та Н.Н. Фотієвої.

Розрахунок тунелів мілкового закладання зводиться до визначення напружено-деформованого стану (НДС) півплощини чи шару з підкріпленими та (або) непідкріпленими отворами при дії на поверхню шару (півплощини) довільного навантаження. Таким задачам присвячена незначна кількість робіт, які носять більш теоретичний характер, тому дослідження у цьому напрямку є актуальними.

Авторові відома лише одна робота [3], де розглядається пружний шар з підкріпленим еліптичним отвором при дії власної ваги, та зі склепінчастим отвором при дії розподіленого по поверхні шару навантаження, але підкріплення вважаються абсолютно жорсткими. На жаль, результати досліджень в [3] подані у вигляді ізольованих напружень в шарі навколо отвору; чисельні дані відсутні, що унеможливує порівняння з результатами робіт автора поданої статті.

В запропонованій роботі масив з кріпленням тунелю розглядається як пружний шар з отвором, що може мати пружне підкріплення, тобто порівняно з найближчою за тематикою роботою [3] ускладнено граничні умови.

Задачі про НДС пружного шару з вільним або пружно підкріпленим отвором, незважаючи на їх практичну цінність, на даний час не мають аналітичного розв'язку або чисельного аналізу. В поданій роботі наведені кількісні та якісні результати аналізу НДС пружного шару навколо підкріпленого або вільного отвору, а також напруженого стану пружного підкріплення, в чому полягає наукова новизна.

Автором розглядалися задачі для шару з отворами склепінчастої, прямокутної та круглої форми, як підкріпленні, так і не підкріпленні [4-6], при дії на поверхню шару розподіленого навантаження чи штампа. В цих роботах ширина штампа чи розподіленого навантаження приймалась рівною поперечнику отворів. В даній роботі вивчається вплив ширини смуги навантаження на НДС шару та підкріплення.

Для розв'язку поставленої задачі буде застосовано варіант методу граничних елементів — *метод фіктивних навантажень* (МФН) [7].

### Мета роботи

Метою роботи є оцінка НДС пружного шару з вільним або пружно підкріпленим круглим отвором, при зміні розмірів отвору та параметрів навантаження, розподіленого по поверхні шару симетрично над отвором.

### Основна частина

Нескінченний шар  $|x| \leq \infty$  будемо моделювати скінченою прямокутною областю. Шар (рис. 1), ослаблений круглим отвором, з кільцевим підкріпленням або без нього, і зазнає дії рівномірно розподіленого навантаження  $q = \text{const}$ , симетрично розташованого відносно отвору. В задачі напруження будуть подані у відношенні до  $q$ .

Граничні умови прийняті такі:

- нижня грань шару ( $y = 0$ ) жорстко закріплена ( $u_x \equiv u_s = 0, u_y \equiv u_n = 0$ ; локальна система координат, пов'язана з кожним елементом, позначена через  $s, n$ );
- на верхній грані під навантаженням  $|x| \leq b/2, y = H, \sigma_y = -q$ ; дотичні напруження рівні нулю на всій грані ( $\sigma_s \equiv \sigma_{xy} = 0, |x| \leq B/2, y = H$ ), а нормальні відсутні за межами навантаження ( $\sigma_n \equiv \sigma_y = 0, |x| > b/2, y = H$ );
- на бокових гранях  $|x| = B/2$  прийняті такі умови:  $u_x \equiv u_s = 0, \sigma_s \equiv \sigma_{xy} = 0$ ;
- на внутрішньому контурі отвору та на внутрішньому контурі підкріплення (у випадку підкріпленого отвору) навантаження відсутнє ( $\sigma_s = 0, \sigma_n = 0$ );
- розрив напружень чи переміщень між підкріпленням та отвором неможливий.

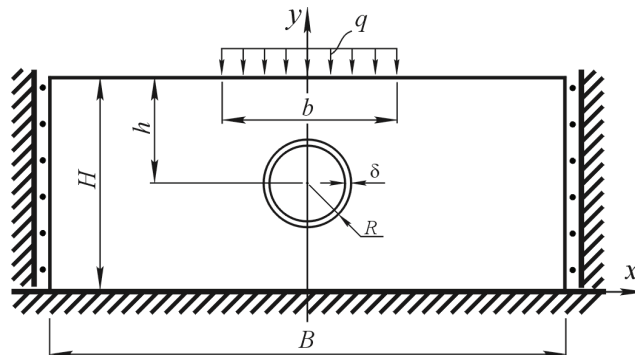


Рис. 1. Схема досліджуваної області шару з навантаженням

Співвідношення між геометричними параметрами приймалися такими:  $L = 2/3H, h = 0,5H$ . Пружні характеристики: для шару  $E_1 = 1,5 \times 10^3 \text{ МПа}$  ( $G_1 = 600 \text{ МПа}$ ),  $\nu_1 = 0,25$ ; для підкріплення  $E_2 = 3 \times 10^4 \text{ МПа}$  ( $G_2 = 1,25 \times 10^4 \text{ МПа}$ ),  $\nu_2 = 0,2$ , тобто  $E_2 / E_1 = 20$ . Зауважимо, що відношення модуля пружності шару до навантаження на його поверхні становить  $E_1 / q = 1,5 \times 10^3$ , або  $q / E_1 = 0,667 \times 10^{-3}$ . Товщина підкріплень для отворів з відносними розмірами  $R/H = 1/15; 1/6; 1/4$ , які розглядались у роботі, становить  $\delta = 0,1R$  для  $R/H = 1/6; 1/4, \delta = 0,2R$  для  $R/H = 1/15$ .

При розрахунках за МФН границі шару та підкріплення розбивались на сукупність прямолінійних елементів довжиною  $2a_i, i = 1, \dots, N$ . Найбільша загальна кількість граничних елементів складає  $N = 713$  (в задачі використовувались умови симетрії, тобто розглядалась половина області  $x > 0$ ). Детально МФН описаний у [7].

Робота складеної автором за методикою [7] програми перевірялась на результатах робіт [8, 9], де застосовані аналітичні методи. Проводилося порівняння екстремальних напружень у пружних тілах з пружно підкріпленими отворами, досліджувався вплив кількості граничних елементів на точність розрахунків. Розбіжність результатів при різній кількості граничних елементів становила  $1,7 \div 5,5 \%$ .

### Напружений стан (НС) пружного шару та підкріплення

НС шару досить складний, але найбільші напруження виникають по осі симетрії та на контурі отвору. В якості ілюстрації на рис. 2 наведено епюри нормальних напружень  $\sigma_{xx}/q$  та  $\sigma_{yy}/q$  по осі симетрії для випадку *непідкріпленого* отвору при  $R/H=1/16$ ,  $b=2R$  (ліворуч), а також епюру тангенціального напруження  $\sigma_{\theta}/q$  по контуру отвору (праворуч) для цього ж випадку. На рис. 3 наведено аналогічні епюри  $\sigma_{xx}/q$  та  $\sigma_{yy}/q$  по осі симетрії для  $R/H=1/16$ ,  $b=2R$  у випадку *підкріпленого* отвору, а також епюри тангенціальних напружень  $\sigma_{\theta}/q$  по зовнішньому та внутрішньому контурам підкріплення (тангенціальне напруження по контуру отвору у шарі всюди стискаюче).

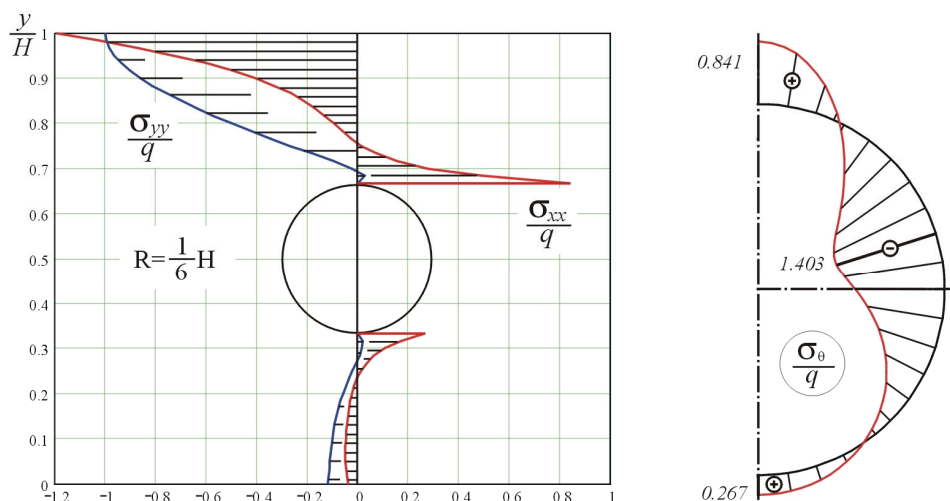


Рис. 2. Епюри нормальних напружень по осі симетрії (ліворуч) та епюра тангенціального напруження по контуру отвору (праворуч) для випадку *непідкріпленого* отвору

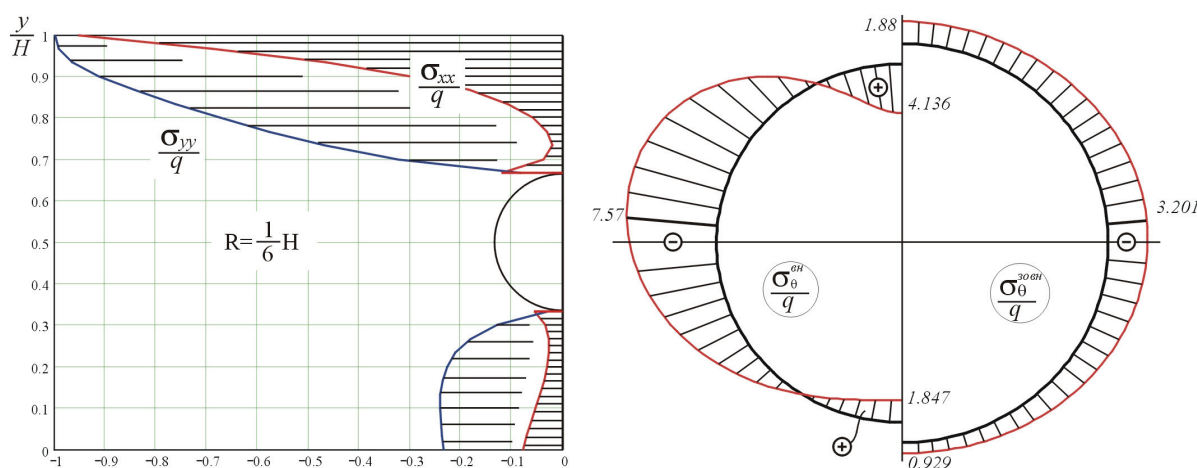


Рис. 3. Епюри нормальних напружень по осі симетрії у шарі (ліворуч) та епюри тангенціальних напружень по зовнішньому та внутрішньому контурам підкріплення (праворуч), підкріплений отвір

За характерні для НС шару надалі візьмемо у випадку відсутності підкріплення екстремуми тангенціального напруження  $\sigma_{\theta}^{\min}/q$ ,  $\sigma_{\theta}^{\max}/q$  по контуру отвору; за наявності підкріплення будемо шукати екстремуми головних напружень на контурі отвору  $\sigma_2^{\min}/q$ ,  $\sigma_1^{\max}/q$ . Для характеристики НС підкріплення візьмемо екстремуми тангенціального напруження  $\sigma_{\theta}^{\min}/q$ ,  $\sigma_{\theta}^{\max}/q$  на його внутрішньому контурі.

**Вплив на НС шару та підкріплення ширини навантаження, прикладеного на його поверхні**

Для виявлення впливу ширини  $b$  смуги навантаження на величини екстремумів тангенціальних напружень по контурам отвору та підкріплення було проведено обчислення вищезгаданих величин для трьох випадків відносних розмірів  $R/H=1/15; 1/6; 1/4$  отвору при зміні відносної ширини навантаження  $b/B=0,05 \dots 1$ . Числові дані наведено у таблиці 1, де крім напружень подано також значення вертикальних переміщень точки поверхні шару, що лежить на осі симетрії (переміщення збільшено у  $10^4$  разів та віднесено до інтенсивності навантаження й товщини шару  $qH$ ).

Таблиця 1

Екстремуми напружень  $\sigma_\theta$  у шарі й підкріпленні та переміщень поверхні шару  $u_y$

b / B	b / R	Напруження						Переміщення по- верхні шару, $10^4 \cdot  u_y  / qH$	
		у шарі				у підкріпленні			
		$\frac{\sigma_\theta^{\max}}{q}$	$\frac{\sigma_\theta^{\min}}{q}$	$\frac{\sigma_1^{\max}}{q}$	$\frac{\sigma_2^{\min}}{q}$	$\frac{\sigma_\theta^{\max}}{q}$	$\frac{\sigma_\theta^{\min}}{q}$	відсутнє	присутнє
R/H=1/15									
0.05	2	0.276	-0.551	0.171	-0.44	2.274	-3.125	1.77	1.83
0.1	4	0.508	-1.061	0.328	-0.855	4.298	-6.02	2.82	2.92
0.2	8	0.759	-1.866	0.561	-1.535	7.071	-10.554	4.16	4.36
0.3	12	0.77	-2.36	0.677	-1.993	8.235	-13.317	4.96	5.25
0.4	16	0.667	-2.626	0.705	-2.266	8.423	-14.744	5.43	5.79
0.5	20	0.534	-2.75	0.686	-2.413	8.156	-15.358	5.71	6.11
0.6	24	0.405	-2.797	0.643	-2.482	7.712	-15.532	5.85	6.28
0.7	28	0.305	-2.8	0.591	-2.503	7.215	-15.455	5.91	6.36
0.8	32	0.189	-2.778	0.537	-2.497	6.713	-15.242	5.92	6.38
0.9	36	0.099	-2.743	0.484	-2.475	6.223	-14.961	5.91	6.37
1	40	0.14	-2.703	0.432	-2.447	5.747	-14.654	5.88	6.34
R/H=1/6									
0.0625	1	0.506	-0.744	0.246	-0.395	2.558	-4.14	2.56	2.19
0.125	2	0.841	-1.403	0.418	-0.739	4.368	-7.84	4.14	3.44
0.25	4	0.963	-2.316	0.507	-1.261	5.347	-13.105	6.1	4.96
0.375	6	0.781	-2.762	0.436	-1.547	4.591	-15.791	7.1	5.74
0.5	8	0.582	-2.945	0.391	-1.677	3.56	-16.935	7.56	6.12
0.625	10	0.424	-2.998	0.329	-1.719	2.661	-17.267	7.75	6.28
0.75	12	0.304	-2.987	0.259	-1.716	1.929	-17.223	7.79	6.31
0.875	14	0.209	-2.948	0.188	-1.619	1.317	-16.984	7.75	6.28
1	16	0.126	-2.899	0.12	-1.657	0.711	-16.673	7.68	6.22
R/H=1/4									
0.094	1	1.059	-1.34	0.413	-0.665	4.333	-6.023	4.81	3.08
0.188	2	1.312	-2.329	0.533	-1.093	5.562	-10.671	7.65	4.67
0.281	3	1.17	-2.905	0.481	-1.318	4.945	-13.622	9.33	5.61
0.375	4	0.968	-3.195	0.392	-1.426	3.922	-15.296	10.27	6.14
0.469	5	0.796	-3.328	0.322	-1.527	2.996	-16.157	10.78	6.43
0.563	6	0.668	-3.378	0.289	-1.577	2.257	-16.533	11.031	6.57
0.75	8	0.503	-3.366	0.196	-1.589	1.25	-16.545	11.14	6.6
0.938	10	0.402	-3.302	0.13	-1.549	0.519	-16.151	11.03	6.49
1	10 $\frac{2}{3}$	0.374	-3.278	0.116	-1.533	0.313	-15.993	10.97	6.45

Дані таблиці 1 ілюструють графіки на рис. 4 та 5.

На рис. 4 наведено графіки зміни екстремумів характерних напружень у шарі по контуру отвору за відсутності підкріплення (ліворуч) та за його наявності (праворуч). Значення, якими помічено криві, відповідають розмірам отворів  $R/H$ .

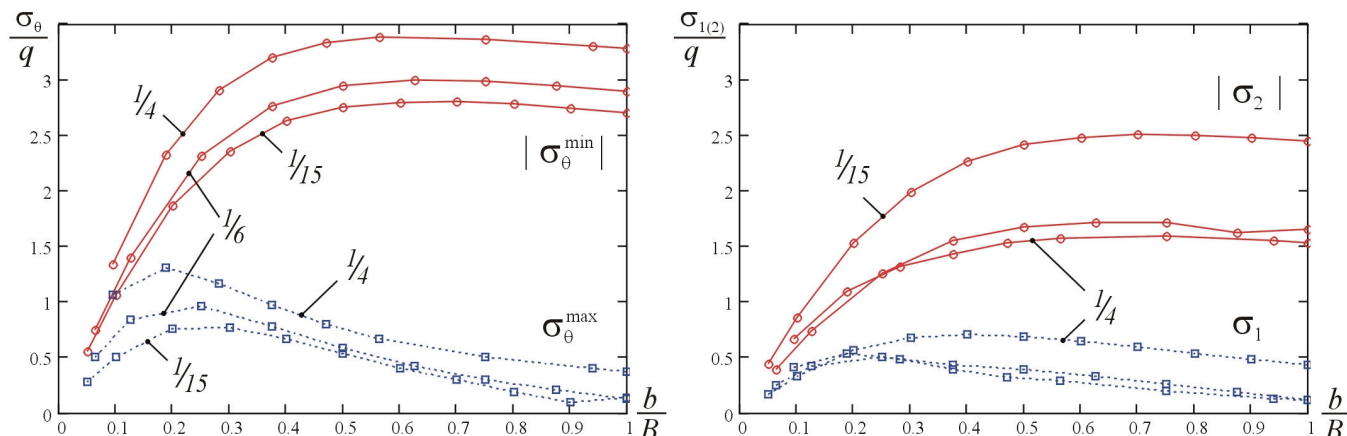


Рис. 4. Залежність екстремумів тангенціального напруження  $\sigma_{\theta}^{\min}/q$ ,  $\sigma_{\theta}^{\max}/q$  на контурі непідкріпленого отвору (ліворуч) та екстремумів головних напружень  $\sigma_2^{\min}/q$ ,  $\sigma_1^{\max}/q$  на контурі підкріпленого отвору (праворуч) від відносної ширини  $b/B$  навантаження при  $R/H=1/15; 1/6; 1/4$

На рис. 5 наведено графіки зміни екстремумів тангенціальних напружень по внутрішньому контуру підкріплення (ліворуч) та графіки зміни вертикальних переміщень  $10^4 \cdot |u_y|/qH$  (праворуч) точки поверхні шару ( $x=0; y=H$ ) за наявності підкріплення (позначки  $\square$ ) і за його відсутності (позначки  $\circ$ ).

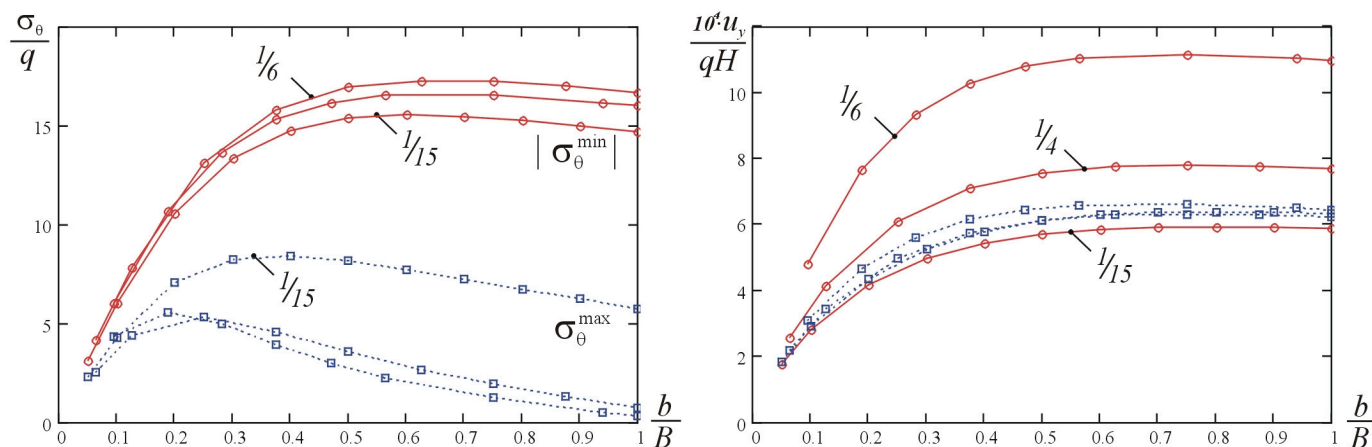


Рис. 5. Залежність екстремумів тангенціального напруження  $\sigma_{\theta}^{\min}/q$ ,  $\sigma_{\theta}^{\max}/q$  по внутрішньому контуру підкріплення отвору (ліворуч) та екстремумів  $u_y$  вертикальних переміщень поверхні шару (праворуч) від відносної ширини  $b/B$  навантаження на поверхні шару при  $R/H=1/15; 1/6; 1/4$

### Висновки

Аналіз отриманих результатів дає змогу зробити наступні висновки.

– Зі збільшенням відносної ширини  $b/B$  навантаження (а отже, зі збільшенням головного вектора) на поверхні шару екстремуми стискаючих тангенціальних та головних напружень на контурі отвору у шарі та на внутрішньому контурі підкріплення досягають максимуму при  $b/B=0,5 \div 0,6$  й надалі змінюються несуттєво.

– Така сама тенденція спостерігається для збільшення вертикальних переміщень точки поверхні шару, що лежить на осі симетрії.

– Екстремуми розтягуючих тангенціальних напружень на контурі отвору та екстремуми головних розтягуючих напружень на контурі отвору, а також екстремуми розтягуючих тангенціальних напружень на внутрішньому контурі підкріплення досягаються при  $b/B=0,2 \div 0,4$  й надалі зменшуються.

– Екстремуми переміщень  $u_y$  точки шару ( $x=0; y=H$ ) при підкріпленому отворі майже не залежать від відносного розміру отвору  $R/H$ , у той час як для непідкріпленого отвору згадані величини різняться для  $R/H=1/15$  та  $R/H=1/4$  приблизно вдвічі.

– Досить несуттєво реагують на зміну  $R/H$  також екстремуми стискаючих тангенціальних напружень на внутрішньому контурі підкріплення.

– Найменша розбіжність при зміні  $b/B$  спостерігається для екстремумів розтягуючих напружень по контурі отвору у шарі.

Результати наданої роботи, а також робіт [4-6], можуть бути застосовані при розрахунках транспортних тунелів мілкового закладання.

### Список літератури

1. Савин Г.Н. Распределение напряжений около отверстий / Г.Н. Савин. — К.: Наукова думка, 1968. — 887 с.
2. Космодамианский А.С. Плоская задача теории упругости для пластин с отверстиями, вырезами и выступами / А.С. Космодамианский. — К.: Вища школа, 1975. — 228 с.
3. Мельников Ю.О. Пружна смуга з регулярним рядом жорстко обкантованих отворів складної форми / Ю.О. Мельников // Доповіді АН УРСР. Серія А. Фізико-математичні та технічні науки. — 1977. — № 7.
4. Мироненко М.І. Змішана задача для шару з круговим отвором / М.І. Мироненко, М.В. Неклюдов // Науковий вісник будівництва. — Харків: ХДТУБА, ХОТВ АБУ, 2008. — Вип. 45. — С. 162-168.
5. Неклюдов М.В. Змішана задача для шару з прямокутним отвором / М.В. Неклюдов // Вісті Автомобільно-дорожнього інституту: науково-виробничий збірник. — Горлівка: АДІ ДонНТУ, 2008. — № 1(6). — С. 181-189.
6. Мироненко М.І. Напружений стан шару зі склепінчастим отвором / М.І. Мироненко, М.В. Неклюдов // Науковий вісник будівництва. — Харків: ХДТУБА, ХОТВ АБУ, 2008. — Вип. 50. — С. 96-100.
7. Крауч С., Старфилд А. Методы граничных элементов в механике твердого тела / С. Крауч, А. Старфилд. — М.: Мир, 1987. — 328 с.
8. Мироненко Н.И. Напряжённое состояние полосы с одним или двумя упругоподкреплёнными круговыми отверстиями / Н.И. Мироненко // Известия Академии наук СССР. Механика твёрдого тела. — М., 1982. — № 6. — С. 73-80.
9. Араманович И.Г. О распределении напряжений в упругой полуплоскости, ослабленной подкреплённым круговым отверстием / И.Г. Араманович // Доклады Академии наук СССР. — 1955. — Т. 104, № 3. — С. 372-375.

Стаття надійшла до редакції 13.04.10

© Неклюдов М.В., 2010