

ЭВОЛЮЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АРТЕРИАЛЬНОГО РУСЛА**Скобцов Ю.А., Зенин О.К., Никитин О.В.**

Донецкий национальный технический университет, г.Донецк
кафедра автоматизированных систем управления,
Донецкий государственный медицинский университет, г.Донецк
кафедра анатомии человека.

E-mail: skobtsov@kita.dgtu.donetsk.ua, wreck@skif.net, o.v.nikitin@gmail.com**Abstract**

Skobtsov U.A., Zenin O.K., Nikitin O.V. Evolutionary modeling of the arterial channel. Questions of construction of morphological model of an arterial channel by reception of optimum structure are discussed. Features of application of material genetic algorithms at modelling arterial blood channel. The software for an estimation of a morphological structure real blood channel by modelling is offered.

Общая постановка проблемы. Несовершенство существующих методов диагностики и анализа артериальных русел коронарных артерий приводит к смерти и росту количества заболеваний артериального русла. Что в свою очередь обуславливает высокий интерес в области изучения строения и математического описания артериальных русел.

Цель работы – исследование и оптимизация артериального русла отдельного органа человека на примере русла.

Для того чтобы дать врачам эффективное средство для диагностики патологий в кровеносном русле, а также для точного подбора васкуляризованного лоскута при пересадке, необходимо создать модель, которая максимально соответствовала бы реальному артериальному руслу. В данной статье описан метод построения плоскостной морфологической модели артериального русла основанной на применении генетического алгоритма для генерации оптимального кровеносного русла. Для того чтобы сгенерировать оптимальное русло необходимо знать его строение и принципы организации.

Анализ исследований в данной области. Впервые проблема функциональной анатомии сосудистых разветвлений была сформулирована в 1878 году в докторской диссертации немецкого анатома и эмбриолога Вильгельма Ру. На основании своих наблюдений он пришел к выводу, что форма сосудистого разветвления похожа на форму струи жидкости, вытекающей из отверстия трубки. Им впервые была установлена связь между величиной угла разветвления артериальной дихотомии и диаметрами просветов материнского ствола и его дочерних ветвей. Обнаруженные закономерности строения артериальных дихотомий он сформулировал в виде правил, получивших в специальной литературе название «правила Ру» :

1. Если некоторая артерия разветвляется на две одинаковые ветви, то они отходят под одинаковыми углами к основному стволу.

2. Если одна из двух ветвей тоньше другой, то более толстая ветвь, или продолжение основной артерии, образует с основным стволом меньший угол, чем тонкая ветвь.

3. Все ответвления, которые столь малы, что они практически не уменьшают основной ствол, отходят от него под большим углом.

Следовательно, из приведенного выше описания следует, что артериальное кровеносное русло это не хаотическое образование, а структура подчиняющаяся особым законам и правилам, которые продиктованы природой и длительным процессом эволюции.

Английский физиолог Murray C. D. в 1926 году, использовал изящный математический прием для анализа сосудистой дихотомии. Это позволило ему, избегая

сложных вычислений, решить вопрос о соотношении диаметров и углов в сосудистой дихотомии при котором достигается минимум потерь энергии. Murray С. D. вывел формулу, позволяющую рассчитать оптимальную величину угла разветвления в сосудистой дихотомии.

Модель Murray С. D. дает возможность количественно объяснить, эмпирические правила Ру.

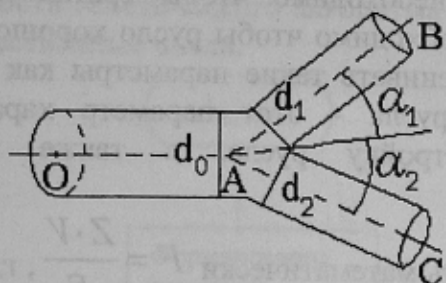


Рисунок 1 - Схема ветвления проводящего элемента.

В новой редакции они были сформулированы в виде набора уравнений ветвления произвольной артерии с диаметром d_0 (рис. 1) на две дочерние артерии с диаметрами d_1 и d_2 и углами ветвления α_1 и α_2 соответственно:

1. если $d_1 \approx d_2$, то $\alpha_1 \approx \alpha_2$;
2. если $d_1 < d_2$, то $\alpha_1 > \alpha_2$;
3. если $d_1 \ll d_2$ и $d_0 \approx d_2$, то $\alpha_1 \approx 90^\circ$, $\alpha_2 \approx 0^\circ$.

Если рассчитать параметры ветвления **OABC**, обеспечивающего доставку жидкости из точки **O** в точки **B** и **C** (рис. 1) с минимальными затратами энергии, то для углов оптимального ветвления можно получить:

$$\cos(\alpha_i) = \frac{d_0^4 + d_i^4 - d_j^4}{2d_0^2 d_j^2}$$

Таким образом зная данную зависимость можно судить по данным о диаметре длине и соединении сегментов о геометрической плоскостной форме артериального кровеносного русла, т.е. судить о морфологии русла. А морфология русла как раз и является конечной целью поставленной задачи.

Для того что бы сгенерировать русло по известному входному диаметру, необходимо знать зависимости диаметра и длины каждого сегмента от начального диаметра. Данные зависимости можно вывести исходя из найденных в литературе [1,3] уравнений описывающих строение кровеносного русла.

$$\eta = (d_{\min}^2 + d_{\max}^2) / d^2$$

$\gamma = (d_{\min} / d_{\max})^2$, где γ (asymmetry ratio) – коэффициент асимметрии дочерних ветвей, η (area ratio) – коэффициент ветвления

$$ff = 2 \cdot l / d$$
, где ff - фактор формы, d – диаметр сосуда, l – его длина.

Отсюда видно что генерация русла сводится к 3 параметрам, которые необходимо подобрать для генерации русла.

На кафедре анатомии ДГМУ для артериальных русел различных органов были получены параметры необходимые для расчёта (γ , ff , η) путем обработки данных полученных статистической обработкой препаратов кровеносных русел. Поскольку препараты брались у трупов, у которых возможны отклонения от нормы связанные с расслаблением тонуса сосудов, то данные параметры получены в виде предельных максимальных и минимальных значений. Для генерации русла необходимо подобрать эти

значения в установленных диапазонах, так чтобы при использовании зависимостей выведенных из приведенных выше уравнений получить оптимальное русло.

$$d_{\max} = \sqrt{\frac{\eta \cdot d}{1 + \gamma}}, \quad d_{\min} = \sqrt{\gamma} \sqrt{\frac{\eta \cdot d}{1 + \gamma}}, \quad L = (FF \cdot d) / 2, \quad \text{где } d_{\max}, d_{\min}, L - \text{диаметр}$$

максимального, минимальный дочерних сегментов, и длина сегмента.

Оптимальным будет считаться русло, которое будет кровоснабжать максимально возможную поверхность, при этом необходимо чтобы тратилось как можно меньше биологического материала, а также необходимо чтобы русло хорошо проводило кровь. Это значит, что при постройке русла оценивать такие параметры как площадь снабжаемого участка, суммарный объём стенок русла – этот параметр характеризует количество затрачиваемого материала на постройку русла, а также такой параметр как гемодинамическое сопротивление.

Сказанное выше можно выразить математически $F = \frac{Z \cdot V}{S}$, где Z – гемодинамическое сопротивление, V – объём стенок сосуда, S – площадь кровоснабжаемой поверхности, которая представляет собой оценку геометрической формы сгенерированного русла. Таким образом оптимальное русло должно иметь такие параметры γ , ff , η , при которых указанная функция должна быть минимальной.

Поскольку такие параметры как площадь и структура русла не могут быть выражены чёткой математической формулой от параметров γ , ff , η , то математический анализ зависимости, а следовательно и поиск экстремумов не возможен. Значит нужно использовать только методы при которых происходит подбор параметров перебором. Однако для поиска достаточно точного значения нужно произвести перебор, который займёт очень долгое время. Поэтому вполне обоснованным является применение генетического алгоритма для нахождения минимума указанной функции.

Генетический алгоритм решения задачи оптимизации сосудистого русла.

Генетические алгоритмы — это новая область исследований, которая появилась в результате работ Д. Холланда и его коллег. Генетические алгоритмы, описанные Д. Холландом, заимствуют в своей терминологии многое из естественной генетики. Далее будут приведены технические толкования терминов из биологии и генетики, которые используются в теории и практике генетических алгоритмов. Впервые генетические алгоритмы были применены к таким научным проблемам, как распознавание образов и оптимизация. Генетический алгоритм представляет собой адаптивный поисковый метод, основанный на селекции лучших элементов в популяции, подобно эволюционной теории Ч. Дарвина.

Основой для возникновения генетических алгоритмов послужили модель биологической эволюции и методы случайного поиска. Л. Растрингин отмечал, что случайный поиск возник как реализация простейшей модели эволюции, когда случайные мутации моделировались случайными шагами оптимального решения, а отбор — «устранением» неудачных вариантов. Для решения проблемы оптимизации используется классическая схема генетического алгоритма, с вещественным кодированием. Которая представлена на рисунке 2.

Использование вещественного кодирования имеет ряд преимуществ, основными из которых являются скорость, и возможность варьирования в широких пределах диапазона для значений хромосом.

Рассмотрим детально реализацию генетического алгоритма для построения оптимального русла.

Представление особей.

Поскольку определяющими параметрами для построения оптимального русла являются 3 параметра, то генетический алгоритм будет многопараметрическим и, каждая особь в популяции будет состоять из 3 чисел, диапазоны изменения которых, очень сильно отличаются. Таким образом, каждая особь представляет собой набор генов вида $H_i = \{\eta_i, \gamma_i, ff_i\}$. Поскольку диапазон изменения каждого гена варьирует, то применять будем генетический алгоритм с вещественным кодированием (RCGA - Real-Coded Genetic Algorithms). Он не требует процедуры дополнительного перекодирования, что положительно сказывается на быстродействии и точности генетического алгоритма при решении данной задачи. Т.е. все 3 гена представляют вещественные числа.



Рисунок 2 - Блок-схема генетического алгоритма.

При создании начальной популяции генерируем особей, которые имеют случайные значения генов. Эти значения выбираются из диапазона значений для каждого гена.

Выбор мощности популяции.

Мощность популяции выбираем из соображений нахождения точного значения параметров для генерации и времени расчёта программы, поскольку при большом значении время поиска возрастает, а при малом возможно попадание в локальный минимум. График зависимости среднего времени расчёта от количества особей представлен на рисунке 3. Таким образом для нахождения точных значений параметров и достаточно быстрого функционирования программы выбрано количество особей в популяции равное 70.

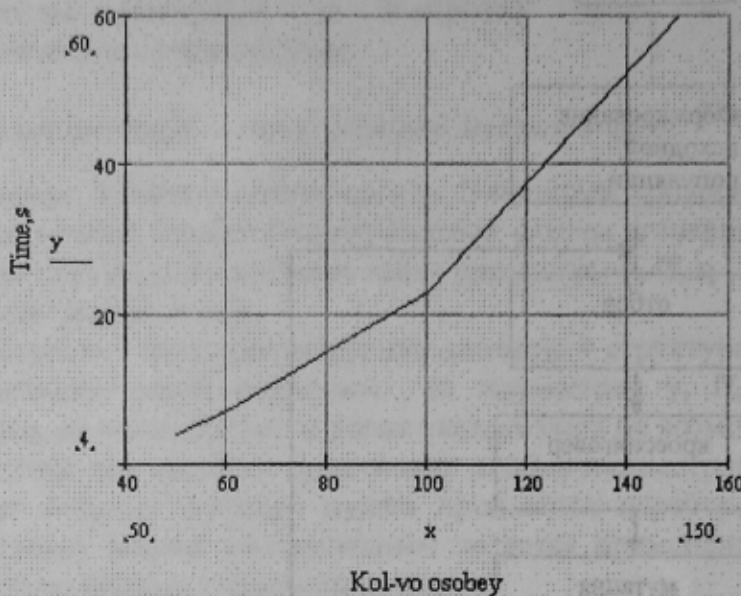


Рисунок 3 - Зависимость времени расчёта от количества особей.

Фитнесс-функция.

Каждую особь из начальной популяции оцениваем с помощью фитнес – функции, которая представляет собой следующую функцию $F = \frac{Z \cdot V}{S}$, где Z-гемодинамическое

сопротивление, V-объём стенок сосудистого русла, S-площадь покрываемой руслом поверхности. Для того чтобы рассчитать эту функцию необходимо сначала сгенерировать русло, т.е. получить структуру взаимосвязанных сосудистых сегментов, затем данную структуру надо представить геометрически, т.е. создать плоскостную модель в декартовой системе координат. По построенной плоскостной модели можно оценить площадь покрываемой руслом поверхности, как произведение разностей между максимальным и минимальным значениям координат по x и по y. Далее нужно рассчитать гемодинамическое сопротивление Z. Зная связь между сегментами и их порядок, суммируем гемодинамическое сопротивление узлов по выше указанной методике. Затем путём суммирования объёмов стенок всех сегментов получаем параметр V. Посчитав все 3 значения по особым алгоритмам подставим их в фитнес функцию и получим значение для заданной особи.

Оператор отбора.

Чтобы произвести отбор родителей из начальной популяции применяем алгоритм “рулетки”. Для этого суммируем значения фитнес-функции для каждой особи и затем, и затем каждое значение делим на полученную сумму, таким образом получаем значение долей “рулетки” для каждой особи. После этого разбиваем диапазон от 0 до 1 на части равные размеру долей рулетки, и количеством равным количеству особей. Затем случайным образом выбираем значение в диапазоне от 0 до 1 и выбираем ту особь в часть отрезка

которой попало это число. Указанную процедуру делаем столько раз сколько особей в популяции. Выбранные особи помещаем в промежуточную популяцию.

Воспроизводство.

После отбора особей приступаем к процедуре воспроизводства потомков. Сначала случайным образом выбираем 2 родителя из промежуточной популяции. Затем производим скрещивание особей с использованием арифметического кроссовера, поскольку особи являются вещественными числами и реализация арифметического кроссовера не требует значительных вычислительных затрат.

Оператор кроссовера.

Рассмотрим реализацию арифметического кроссовера для данной задачи.

Пусть $P_1\{\eta_1, \gamma_1, ff_1\}$ и $P_2\{\eta_2, \gamma_2, ff_2\}$ два случайно отобранных родителя, а $C_1\{\eta'_1, \gamma'_1, ff'_1\}$ и $C_2\{\eta'_2, \gamma'_2, ff'_2\}$ два потомка образованных данными родителями, тогда $ff'_1 = p * ff_1 + (1-p)ff_2$, $ff'_2 = p * ff_2 + (1-p)ff_1$, где p -вероятность, которая определяет, точку кроссовера. Параметры $\eta'_1, \gamma'_1, \eta'_2, \gamma'_2$ определяются аналогично.

Эту процедуру проводим $n/2$ – раз, где n -число отобранных особей. В результате этого получим промежуточную популяцию, которая имеет $2*n$ -особей.

Оператор мутации.

В полученной популяции производим операцию мутации особей для этого выбираем $2*n * p_{мут}$ особей, где n -число особей в результирующей популяции, а $p_{мут}$ – вероятность мутации. В данных особях меняем значение генов, случайным образом выбрав значение из диапазона изменения гена. Вероятность мутации выбираем так, чтобы время выполнения было допустимым для решения такого класса задач, и количество мутаций обеспечивало не допущение попадания в локальный минимум. Для данного алгоритма оптимальным является вероятность мутации в пределах 0,02-0,05. Зависимость времени работы алгоритма представлена на рисунке 4.

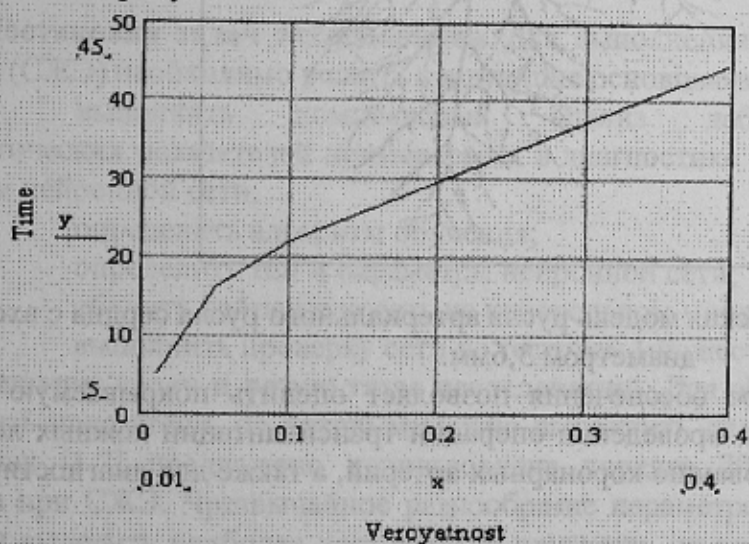


Рисунок 4 - Зависимость времени работы алгоритма от вероятности мутации.

После этого вычисляем значение фитнес функции для каждой особи из промежуточной популяции, и затем упорядочиваем значение фитнес функции по убыванию (поскольку в задаче оптимизации русла ищется минимум фитнес функции), и из промежуточной популяции переносим n особей в результирующую популяцию, причём отбираем первые n -особей, а остальные отбрасываем. Таким образом, получаем следующую популяцию особей и продолжаем выполнение генетического алгоритма до тех пор, пока разность между минимальным и максимальным значениями фитнес-функции, не станет меньше значения выбранного в качестве критерия останова, либо количество шагов генетического алгоритма превысит 100. Данное ограничение на количество шагов обосновано, тем что среднее количество шагов, работающего алгоритма не превышает 20, и

количество шагов больше 100, может быть вызвано, либо высоким значением вероятности мутации, либо слишком маленьким значением критерия останова.

Выводы.

Используя полученную модель, создано специальное программное обеспечение, которое реализует описанный выше метод эволюционного моделирования. При проведении апробации работы программного обеспечения на реальных данных, величин диаметров входного сосуда получены представленные на рисунке 5 морфологические результаты.

Получено 53/70/88
Время 152:12 сек
Итерации 170 37

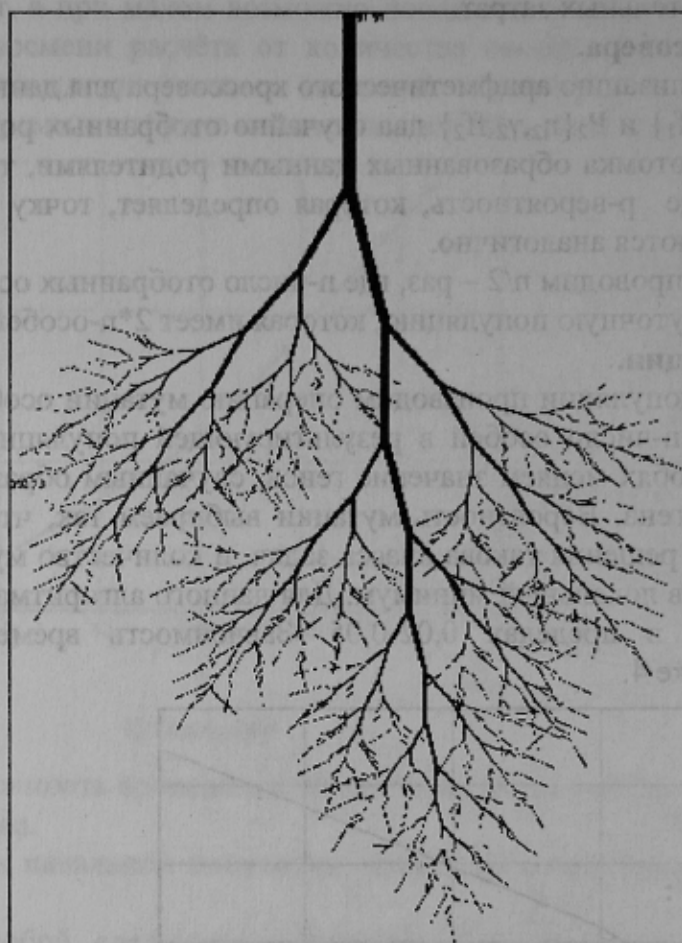


Рисунок 5 - Морфологическая модель русла артериального русла сердца с входным диаметром 3,6мм.

Разработанное программное обеспечения позволяет оценить покрываемую руслом поверхность, что очень важно при проведении операций трансплантации кожных лоскутов, проведению операций по шунтированию коронарных артерий, а также для диагностирования артериальных патологий.

Литература

1. Зенин О.К., Гусак В.К., Кирьякулов Г.С., Вакуленко И.П., Ельский В.Н., Клыса М.Н. Артериальная система человека в цифрах и формулах. - Донецк, 2002. - 176с.
2. Olufsen M.S., Peskin C.S., Kim W.Y., Pedersen E.M., Nadim A., and Larsen J. Numerical Simulation and Experimental Validation of Blood Flow in Arteries with Structured Tree Outflow Conditions
3. Паклин Николай. Непрерывные генетические алгоритмы – математический аппарат. <http://www.basegroup.ru>
4. Herrera F., Lozano M., Sanchez A.M. Hybrid Crossover Operators for Real-Coded Genetic Algorithms: An Experimental Study // Soft Comput. 9(4): 280-298 (2005)
5. Р. Шмидт: Физиология человека: Т.3. Пер. с англ. – М.: Мир, 1986. -288 с.ил.