следует преодолеть известное противоречие между высокой добротностью фильтра и его динамическими характеристиками, состоящее в том, что с повышением добротности увеличивается время переходного процесса отработки сигнала фильтром. Без снижения быстродействия устройства в целом, это время не должно превышать 100-150мс. В наибольшей степени предъявляемым требованиям отвечает фильтр Бесселя 4-го порядка с добротностью порядка 6-10.

Перечень ссылок

1. Траубе Е.С., Лукачевич Ю. Ю., Шавёлкин А.А. Закономерности формирования токов утечки на землю в шахтных сетях с преобразователями частоты// Безопасная, экономичная и надежная эксплуатация взрывозащищенного электрооборудования: Сб. научн. Тр. ВНИИВЭ.- Донецк,1990,- с.33-43.
2. Электрооборудование на 1140 В для угольных машин и комплексов/ Е.С. Траубе, Н.И. Волощенко, В.С, Дзюбан и др.- М.: Недра, 1991.-285с.

УДК 519.6

ПРОБЛЕМА НЕКОРРЕКТНОСТИ В ДИСКРЕТНЫХ ЗАДАЧАХ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ

Жилкин О.В., Колотов А.А., Кипрушкин А.В., студенты
(Ухтинский государственный технический университет, г. Ухта, Республика Коми, Россия)

Рассмотрим задачу непараметрической идентификации линейного стационарного одномерного динамического объекта с импульсной переходной функцией $g(t)$ (ИПФ). Эта задача сводится к решению интегрального уравнения Фредгольма первого рода типа свертки, называемого в теории управления уравнением Винера-Хопфа (В-Х):

$$R_{xy}(\tau) = \int_0^\infty R_{xx}(\tau - \lambda) \cdot g(\lambda) d\lambda\,, \qquad (1)$$

где $R_{xx}(t)$– автокорреляционная функция (АКФ), $R_{xy}(t)$ – взаимная корреляционная функция (ВКФ).

Для реализации численных методов решения уравнения (1) с помощью ЭВМ целесообразно определить значения $g(t)$ только в дискретные моменты времени. Для этого примем следующие допущения:

1) интервал $[0,T]$ разбит на N равных интервалов, а функции времени определены в дискретные моменты $t = nT_д$, где n – номер отсчета, а $T_д$ – период дискретизации;

2) $\left.\begin{aligned} R_{xx}(nT_д) &= R_{xx}(n), \\ g(nT_д) &= g(n) \end{aligned}\right\}$;

3) $g(nT_д) = 0$ для $nT_д > T$,

где T – верхняя граница области определения $g(t)$.

В этом случае уравнение (1) принимает вид:

$$R_{xy}(n) = \sum_{m=0}^{N} \cdot R_{xx}(n-m) \cdot g(m),$$

где $n = 0 \ldots N$ и $m = 0 \ldots N$.

В других обозначениях:

$$R_n^{xy} = \sum_{m=0}^{N} R_{n-m}^{xx} \cdot g_m ,$$

или

$$\left.\begin{aligned} r_0^{xy} &= r_0^{xx} \cdot g_0 + r_{-1}^{xx} \cdot g_1 + \ldots + r_{-N}^{xx} \cdot g_N \\ r_1^{xy} &= r_1^{xx} \cdot g_0 + r_0^{xx} \cdot g_1 + \ldots r_{1-N}^{xx} \cdot g_N \\ &\vdots \\ r_N^{xy} &= r_N^{xx} \cdot g_0 + r_{N-1}^{xx} \cdot g_1 + \ldots r_0^{xx} \cdot g_N \end{aligned}\right\},$$

Последняя система уравнений позволяет перейти к матричной форме уравнения В-Х:

$$\begin{bmatrix} r_0^{xy} \\ r_1^{xy} \\ \vdots \\ r_N^{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_0^{xx} & r_{-1}^{xx} & r_{-2}^{xx} \ldots & r_{-N}^{xx} \\ r_1^{xx} & r_0^{xx} & r_{-1}^{xx} \ldots & r_{1-N}^{xx} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_N^{xx} & r_{N-1}^{xx} & r_{N-2}^{xx} \ldots & r_0^{xx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ \vdots \\ g_N \end{bmatrix}, \qquad (2)$$

Система (2) допускает построение вычислительных процедур для идентификации объекта, но она подразумевает априорное знание значений АКФ, определенных отрицательной области времени, области до эксперимента. Так как АКФ есть функция четная, т.е. $r_{-m}^{xx} = r_m^{xx}$, то система (2) может быть заменена системой:

$$\begin{bmatrix} r_0^{xy} \\ r_1^{xy} \\ \vdots \\ r_N^{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_0^{xx} & r_1^{xx} & r_2^{xx} \ldots & r_N^{xx} \\ r_1^{xx} & r_0^{xx} & r_1^{xx} \ldots & r_{N-1}^{xx} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_N^{xx} & r_{N-1}^{xx} & r_{N-2}^{xx} \ldots & r_0^{xx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ \vdots \\ g_N \end{bmatrix},$$

или в матричной форме:

$$\mathbf{R}_{xy} = \mathbf{R}_{xx} \cdot \mathbf{G}, \qquad (3)$$

В случае невырожденности основной матрицы $\mathbf{R}_{xx}$, решение уравнения (3) можно осуществить методом обращения:

$$\mathbf{G} = \mathbf{R}_{xx}^{-1} \cdot \mathbf{R}_{xy},$$

Выполнение условия невырожденности матрицы $\mathbf{R}_{xx}$ можно предопределить, например, ограничениями на условия проведения эксперимента: идентификация должна осуществляется с помощью псевдослучайного шума, имеющего периодическую АКФ с $\sigma_x^2 >> k \cdot \sigma_{кв}^2$, где $\sigma_{кв}^2$ – дисперсия шума квантования, а k – коэффициент, зависящий от алгоритма обработки информации.

На практике всегда вместо точной системы (3) известна приближенная система:

$$\hat{\mathbf{R}}_{xy} = \hat{\mathbf{R}}_{xx} \cdot \mathbf{G}, \qquad (4)$$

и, как следствие, нарушаются условия Адамара для корректно поставленных задач [1], поэтому можно говорить лишь о нахождении приближенного, но устойчивого к малым отклонениям исходных данных решения системы (4). Рассмотрим нахождение таких приближенных решений методом регуляризации Тихонова [1].

“Автоматизація технологічних об’єктів та процесів. По-

Нормальным решением системы (4) будем называть такое ее решение $\mathbf{G}^0$, для которого

$$\left\|\mathbf{G}^0\right\| = \inf_{\mathbf{G} \in F_A} \left\|\mathbf{G}\right\|,$$

где F_A – совокупность всех решений системы (4), $\left\|\mathbf{G}\right\| = \left\{\sum_{m=0}^{M} g_m^2\right\}^{1/2}$ – норма вектора $\mathbf{G}$.

Случай 1. Вместо точной системы $\mathbf{R}_{xy} = \mathbf{R}_{xx} \cdot \mathbf{G}$ имеется система с приближенной левой частью:

$$\hat{\mathbf{R}}_{xy} = \mathbf{R}_{xx} \cdot \mathbf{G}, \qquad (8)$$

в которой $\left\|\hat{\mathbf{R}}_{xy} - \mathbf{R}_{xy}\right\| \le \delta$, и вектор $\hat{\mathbf{R}}_{xy}$ может не удовлетворять условию разрешимости.

Задача нахождения приближенного нормального решения сводится к минимизации стабилизирующего функционала $\Omega[\mathbf{G}] = \left\|\mathbf{G}\right\|^2$ на множестве векторов, удовлетворяющих условию $\left\|\mathbf{R}_{xx} \cdot \mathbf{G} - \hat{\mathbf{R}}_{xy}\right\| \le \delta$, которая, в свою очередь, сводится к нахождению вектора $\mathbf{G}^\alpha$, минимизирующего сглаживающий функционал:

$$M^\alpha\left[\mathbf{G}, \hat{\mathbf{R}}_{xy}, \mathbf{R}_{xx}\right] = \left\|\mathbf{R}_{xx} \cdot \mathbf{G} - \hat{\mathbf{R}}_{xy}\right\|^2 + \alpha \cdot \left\|\mathbf{G}\right\|^2 \qquad (9)$$

,

Значение параметра регуляризации α определяется по невязке $\left\|\mathbf{R}_{xx} \cdot \mathbf{G} - \hat{\mathbf{R}}_{xy}\right\| = \delta$.

Вектор $\mathbf{G}^{\alpha}$ также можно рассматривать как результат применения к $\hat{\mathbf{R}}_{xy}$ некоторого регуляризирующего оператора $\mathbf{G}^{\alpha} = R(\hat{\mathbf{R}}_{xy}, \alpha)$, зависящего от параметра α.

Случай 2. Неточно заданы и левая часть (4), и матрица $\mathbf{R}_{xx}$, то есть имеется уравнение вида

$$\hat{\mathbf{R}}_{xy} = \hat{\mathbf{R}}_{xx} \cdot \mathbf{G}, \tag{10}$$

где

$$\left\|\hat{\mathbf{R}}_{xy} - \mathbf{R}_{xy}\right\| \le \delta, \left\|\hat{\mathbf{R}}_{xx} - \mathbf{R}_{xx}\right\| \le \delta.$$

Нахождение решения (10) сводится к минимизации следующего сглаживающего функционала

$$M^{\alpha}\left[\mathbf{G}, \hat{\mathbf{R}}_{xy}, \hat{\mathbf{R}}_{xx}\right] = \left\|\hat{\mathbf{R}}_{xx} \cdot \mathbf{G} - \hat{\mathbf{R}}_{xy}\right\|^{2} + \alpha \cdot \Omega[\mathbf{G}] \tag{11}$$

где $\Omega[\mathbf{G}]$ – стабилизирующий функционал.

Существует единственный элемент $\hat{\mathbf{G}}^{\alpha}$, который минимизирует функционал (11) и принимается в качестве приближенного нормального решения системы (10).

При практической реализации данного метода регуляризации, минимизация функционалов (9) и (11) часто оказывается невозможной в силу неизвестности $\mathbf{G}$. Исключение составляют модельные задачи, когда свойства объекта априори известны. В ряде случаев, когда $\mathbf{G}$ неизвестно, численное решение задачи может быть найдено методом квазиоптимального значения α [2]. Тем не менее, проблема нахождения приближенных решений уравнения В-Х, основанных на альтернативных критериях оптимизации, является актуальной.

Перечень ссылок

1. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 288 с.

2. Иванов Б.А., Недвига А.В. Экспликативно-множественная идентификация динамических объектов / Изв. вузов. Электромеханика, 2001.– № 2.– С. 72-76.