

УДК 621

Д.А. Панкин, Н.В. ЖуковаДонецкий национальный технический университет, г.Донецк
кафедра автоматизации и телекоммуникацийE-mail: des.pankin@gmail.com, zhnatka@mail.ru**ИССЛЕДОВАНИЕ КОМБИНИРОВАННЫХ МЕТОДОВ УПРАВЛЕНИЯ
НЕЛИНЕЙНЫМИ НЕУСТОЙЧИВЫМИ МЕХАНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ****Abstract**

Pankin D.A., Zhukova N.V. Research of multifunction control methods for nonlinear unstable mechanical objects. As object of control is chose unstable pendulum on rolling platform. The problem of control is a stabilization of the pendulum in vertical position with following moving the platform. The problem of control is solved using the fuzzy-logic theory and modern control theory (state space).

Keywords: inverted pendulum, linearizing, model, regulator on the state, set of unclear rules, stabilizing.

Анотація

Панкин Д.О., Жукова Н.В. Дослідження комбінованих методів управління нелінійними нестійкими механічними об'єктами. Розглянуто застосування гібридного методу, що сполучає традиційні і розвинуті стратегії управління, для стабілізації інвертованого маятника, що представляє собою приклад хитливої системи.

Ключові слова: інвертований маятник, лінеаризація, модель, регулювальник по стану, набір нечітких правил, стабілізація.

Аннотация

Панкин Д.А., Жукова Н.В. Исследование комбинированных методов управления нелинейными неустойчивыми механическими объектами. Рассмотрено применение гибридного метода, сочетающего традиционные и развитые стратегии управления, для стабилизации инвертированного маятника, представляющего собой пример неустойчивой системы.

Ключевые слова: инвертированный маятник, линейаризация, модель, регулятор по состоянию, набор нечетких правил, стабилизация.

Постановка задачи. В качестве объекта управления выбран маятник, закрепленный на подвижной платформе (рис. 1). Маятник может свободно вращаться в вертикальной плоскости. Управляемыми и измеряемыми параметрами объекта являются положение платформы и угол отклонения маятника от вертикали. Управляющим воздействием является сила, прилагаемая к платформе (для упрощения привод платформы не рассматривается). Цель управления состоит в приведении маятника в вертикальное положение и последующем перемещении платформы на заданное расстояние; при перемещении платформы маятник должен находиться в окрестности вертикального положения. В случае потери устойчивости маятником он должен быть вновь приведен в вертикальное положение с последующим перемещением платформы в заданное положение.

Методика решения. Математическая модель объекта составлена на основании второго закона Ньютона для сил, действующих на платформу и маятник, и вращающих моментов маятника[1]:

$$\begin{cases} (M + m) \cdot \ddot{x} + k \cdot \dot{x} + ml \cdot \ddot{\theta} \cdot \cos \theta - ml \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \sin \theta = u \\ (J + ml^2) \cdot \ddot{\theta} + c \cdot \dot{\theta} + ml \cdot \ddot{x} \cdot \cos \theta - mgl \cdot \sin \theta = 0 \end{cases} \quad (1)$$

где m — масса маятника, кг; M — масса платформы, кг; g — ускорение свободного падения, m/c^2 ; l — расстояние от точки крепления до центра тяжести маятника, м; J — момент инерции маятника относительно центра тяжести, $кг \cdot м^2$; c — коэффициент вязкого трения маятника, $кг \cdot м^2/c$; k — коэффициент трения платформы, $кг/c$; $u(t)$ — сила, действующая на платформу, Н; $x(t)$ — положение платформы, м; $\theta(t)$ — угол отклонения маятника от вертикали, рад.

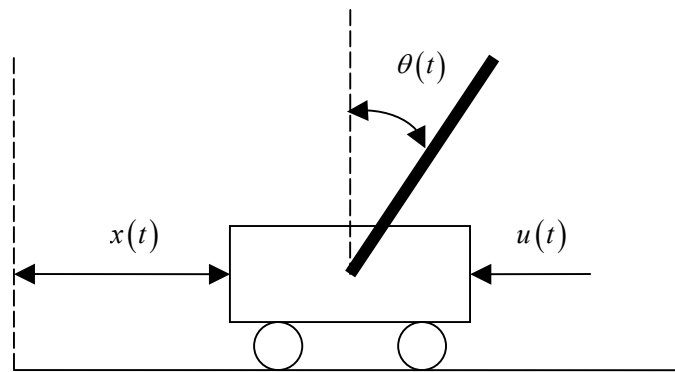


Рисунок 1 — Объект управления

Общие принципы предлагаемого управления следующие:

1. На этапе приведения маятника в вертикальное положение и его стабилизации, управление осуществляется на основе нечетких правил;
2. На этапе перемещения платформы модель (1) может быть приближена линейной моделью, на основе которой осуществляется модальное управление (по заданному расположению корней характеристического уравнения замкнутой системы);
3. В случае потери маятником устойчивости вследствие действия возмущений, производится его стабилизация в устойчивом нижнем положении с помощью нечетких правил, после чего повторяются п. 1, 2.

Нечеткие правила для п. 1 предлагается составлять исходя из следующих соображений. Для приведения маятника в вертикальное положение его нужно раскачивать, прилагая силу к платформе. Раскачивание будет происходить наиболее быстро в случае, если прилагать силу в то время, когда угловая скорость маятника близка к максимуму, т. е. при прохождении маятником нижнего положения ($\theta \in [\pi - \Delta\theta_1; \pi + \Delta\theta_1]$). Знак (направление) силы при этом совпадает со знаком угловой скорости маятника: при прохождении маятником нижнего положения с положительной угловой скоростью (по часовой стрелке), должна прилагаться положительная сила (вправо) — рис. 1. В некоторый момент времени маятник окажется в окрестности вертикального положения. Для его стабилизации в этом положении предлагается применить наиболее грубое управление, которое требует минимального количества правил: прилагать положительную силу, если маятник находится в окрестности вертикального положения справа от него ($\theta \in [\Delta\theta_3; \Delta\theta_2]$), и отрицательную, если слева ($\theta \in [-\Delta\theta_2; -\Delta\theta_3]$). В диапазонах углов $\theta \in [-\Delta\theta_3; \Delta\theta_3]$, $|\theta| \in [\Delta\theta_2; \pi - \Delta\theta_1]$ сила не прилагается. На рис. 2 условно приведены предлагаемые множества углов маятника. На рис. 3 приведены функции принадлежности для данных множеств. Для угловой скорости на данном этапе достаточно определить только множество положительных скоростей — POS. Для силы, прилагаемой к платформе, определяются множества положительной (PM), отрицательной (NM) и нулевой (Z) силы — рис. 4.

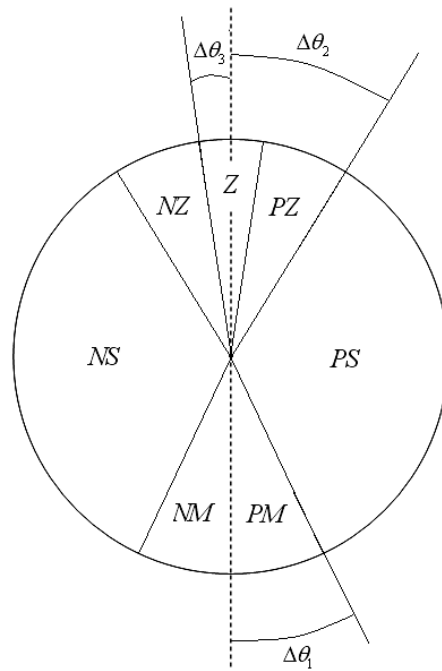


Рисунок 2 — Множества углов маятника

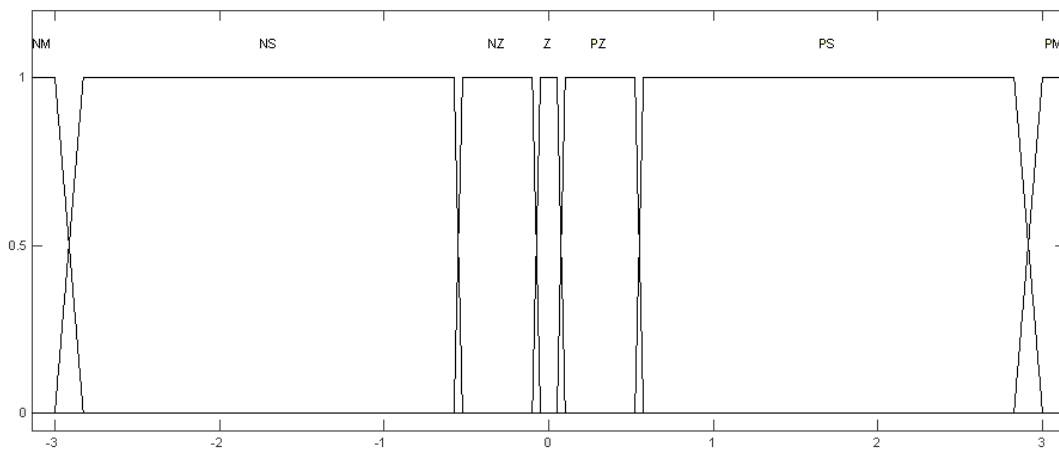


Рисунок 3 — Функции принадлежности для множеств углов маятника

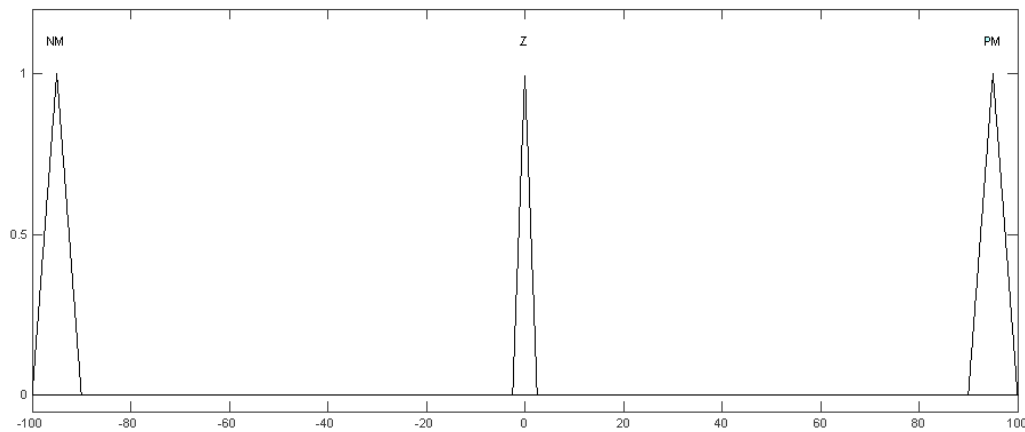


Рисунок 4 — Функции принадлежности для множеств силы, прилагаемой к платформе

- С учетом введенных обозначений, имеем следующий набор нечетких правил для п. 1:
- Пр.1: ЕСЛИ (Угол = NM) И (Скорость = POS), ТО (Сила = PM)
 - Пр.2: ЕСЛИ (Угол = NM) И (Скорость = НЕ POS), ТО (Сила = NM)
 - Пр.3: ЕСЛИ (Угол = PM) И (Скорость = POS), ТО (Сила = PM)
 - Пр.4: ЕСЛИ (Угол = PM) И (Скорость = НЕ POS), ТО (Сила = NM)
 - Пр.5: ЕСЛИ (Угол = NS), ТО (Сила = Z)
 - Пр.6: ЕСЛИ (Угол = PS), ТО (Сила = Z)
 - Пр.7: ЕСЛИ (Угол = NZ), ТО (Сила = NM)
 - Пр.8: ЕСЛИ (Угол = PZ), ТО (Сила = PM)
 - Пр.9: ЕСЛИ (Угол = Z), ТО (Сила = Z)

В окрестности вертикального положения маятника $\theta \approx 0$, $\dot{\theta} \approx 0$, $\sin \theta \approx \theta$, $\cos \theta \approx 1$, и модель (1) приводится к линейной модели, которая в форме пространства состояний имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= A \cdot \mathbf{x} + B \cdot u \\ \mathbf{y} &= C \cdot \mathbf{x} \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{k(J+ml^2)}{D} & -\frac{m^2gl^2}{D} & \frac{mlc}{D} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{mlk}{D} & \frac{(M+m)mgl}{D} & -\frac{(M+m)c}{D} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & \frac{J+ml^2}{D} & 0 & -\frac{ml}{D} \end{bmatrix}^T, \quad C = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$\mathbf{x} = [x \ \dot{x} \ \theta \ \dot{\theta}]^T, \quad D = J(M+m) + Mml^2$$

Для перемещения платформы после стабилизации маятника применяется модальное управление. Коэффициенты обратной связи рассчитываются исходя из требуемого характеристического полинома замкнутой системы. В качестве требуемого полинома выбирается стандартный полином Баттерворта: $s^4 + 2.6w \cdot s^3 + 3.4w^2 \cdot s^2 + 2.6w^3 \cdot s + w^4$, где параметр w прямо определяет быстродействие системы с данным полиномом. Матрица коэффициентов модального регулятора по методу Аккермана имеет вид:

$$K = [0 \ 0 \ 0 \ 1] \cdot Q_R^{-1} \cdot [A^4 + 2.6w \cdot A^3 + 3.4w^2 \cdot A^2 + 2.6w^3 \cdot A + w^4 \cdot I],$$

где Q_R — матрица управляемости системы (2); $Q_R = [B : AB : A^2B : A^3B]$.

Для точного воспроизведения задающего воздействия, замкнутая система на входе дополняется предварительным фильтром: $V = -\frac{1}{C \cdot (A - B \cdot K)^{-1} \cdot B}$.

Таким образом, на этапе перемещения платформы объект описывается следующей моделью: $\dot{\mathbf{x}} = (A - BK) \cdot \mathbf{x} + BV \cdot u$

На быстродействие модального регулятора накладываются определенные ограничения областью адекватности модели (2) реальной системе. При увеличении быстродействия

увеличивается сила, прилагаемая к платформе, и, соответственно, величины угла и угловой скорости маятника. Увеличение последних приводит к все более неточному описанию реальной системы посредством модели (2), в то время как управление u формируется на основе модели (2); в результате это приводит к потере устойчивости маятником, превышению допустимых пределов изменения переменных и пр. То же относится и к заданию на перемещение платформы при фиксированном быстродействии регулятора.

После этапа перемещения платформы на объект могут воздействовать возмущения, которые либо не подавляются модальным регулятором, либо под его управлением приводят к чрезмерно большим перемещениям платформы. В таком случае обязателен переход к управлению на основе нечетких правил. Предлагается построить этот набор правил так, чтобы он стабилизировал маятник в нижнем положении — это позволит не привязываться к конкретным значениям возмущений, которые привели к потере устойчивости. Такой набор правил будет противоречить предложенному ранее набору, поэтому во все правила вводится дополнительная переменная (логическая), значение которой будет говорить о необходимости стабилизации маятника либо в верхнем, либо в нижнем положении. Обозначим эту переменную «Ошибка», и пусть ее начальное значение равно нулю (НЕ YES); тогда с момента потери устойчивости до стабилизации маятника в нижнем положении она должна быть равна единице (YES). После стабилизации маятника в нижнем положении «Ошибка» становится равной нулю и приведенным ранее набором правил выполняется стабилизация маятника в верхнем положении.

Таким образом, в условия приведенных девяти правил добавляется: «И (Ошибка = НЕ YES)». Дополнительные правила формируются исходя из уменьшения угловой скорости маятника: к платформе прилагается сила NM, если маятник находится в диапазонах NM, NS с положительной скоростью, и сила PM, если маятник находится в диапазонах PM, PS с отрицательной скоростью. Дополнительно приходится ввести множество нулевой скорости (близкие к нулю значения), и два правила — не прилагать силу к платформе, если маятник находится в диапазонах NM, PM с нулевой скоростью (Z). В остальных случаях сила к платформе не прилагается. Полный набор содержит двадцать одно правило:

- Пр.1: ЕСЛИ (Угол = NM) И (Скорость = POS) И (Ошибка = НЕ YES), ТО (Сила = PM)
- Пр.2: ЕСЛИ (Угол = NM) И (Скорость = НЕ POS) И (Ошибка = НЕ YES), ТО (Сила = NM)
- Пр.3: ЕСЛИ (Угол = PM) И (Скорость = POS) И (Ошибка = НЕ YES), ТО (Сила = PM)
- Пр.4: ЕСЛИ (Угол = PM) И (Скорость = НЕ POS) И (Ошибка = НЕ YES), ТО (Сила = NM)
- Пр.5: ЕСЛИ (Угол = NS) И (Ошибка = НЕ YES), ТО (Сила = Z)
- Пр.6: ЕСЛИ (Угол = PS) И (Ошибка = НЕ YES), ТО (Сила = Z)
- Пр.7: ЕСЛИ (Угол = NZ) И (Ошибка = НЕ YES), ТО (Сила = NM)
- Пр.8: ЕСЛИ (Угол = PZ) И (Ошибка = НЕ YES), ТО (Сила = PM)
- Пр.9: ЕСЛИ (Угол = Z), ТО (Сила = Z)
- Пр.10: ЕСЛИ (Угол = NM) И (Скорость = POS) И (Ошибка = YES), ТО (Сила = NM)
- Пр.11: ЕСЛИ (Угол = NM) И (Скорость = НЕ POS) И (Ошибка = YES), ТО (Сила = Z)
- Пр.12: ЕСЛИ (Угол = PM) И (Скорость = POS) И (Ошибка = YES), ТО (Сила = Z)
- Пр.13: ЕСЛИ (Угол = PM) И (Скорость = НЕ POS) И (Ошибка = YES), ТО (Сила = PM)
- Пр.14: ЕСЛИ (Угол = NS) И (Скорость = POS) И (Ошибка = YES), ТО (Сила = NM)
- Пр.15: ЕСЛИ (Угол = NS) И (Скорость = НЕ POS) И (Ошибка = YES), ТО (Сила = Z)
- Пр.16: ЕСЛИ (Угол = PS) И (Скорость = POS) И (Ошибка = YES), ТО (Сила = Z)
- Пр.17: ЕСЛИ (Угол = PS) И (Скорость = НЕ POS) И (Ошибка = YES), ТО (Сила = PM)
- Пр.18: ЕСЛИ (Угол = NM) И (Скорость = Z) И (Ошибка = YES), ТО (Сила = Z)
- Пр.19: ЕСЛИ (Угол = PM) И (Скорость = Z) И (Ошибка = YES), ТО (Сила = Z)
- Пр.20: ЕСЛИ (Угол = NZ) И (Ошибка = YES), ТО (Сила = Z)
- Пр.21: ЕСЛИ (Угол = PZ) И (Ошибка = YES), ТО (Сила = Z)

Для функционирования предложенного алгоритма управления необходимо формировать два дополнительных управляющих сигнала: определяющий текущий режим управления (нечеткие правила или модальный регулятор) — сигнал «Режим», и сигнал «Ошибка», определяющий положение, в котором стабилизируется маятник при нечетком управлении. Пусть сигнал «Режим» равен нулю, если требуется управление на основе нечетких правил, и единице, если требуется управление на основе модального регулятора. При переходе к модальному управлению, кроме величин угла и угловой скорости маятника, обязательно учитывать скорость перемещения платформы, т. к. сигнал управления формируется исходя из всего вектора состояния. При достаточно больших величинах скорости платформы полученный сигнал управления приводит к описанной выше ситуации с быстродействием регулятора. Поэтому переход сигнала «Режим» из нуля в единицу должен происходить, как только состояние системы достигло всех трех заданных диапазонов по интересующим переменным: углу, угловой скорости и линейной скорости платформы ($[-Q_in; Q_in]$, $[-dQ_in; dQ_in]$, $[-dx_in; dx_in]$). Обратный переход осуществляется без учета линейной скорости при выходе угла маятника из диапазона $[-Q_out; Q_out]$ ИЛИ выходе угловой скорости из диапазона $[-dQ_out; dQ_out]$; одновременно с этим переходом происходит и переход сигнала «Ошибка» из нуля в единицу. Подразумевается, что $Q_out > Q_in$, $dQ_out > dQ_in$. Переход сигнала «Ошибка» из единицы в ноль происходит после стабилизации маятника в нижнем положении; под стабилизацией понимается значение угла маятника в окрестности $\pm\pi$ (абсолютное значение угла больше Q_eps) и значения угловой и линейной скоростей в диапазонах $[-dQ_eps; dQ_eps]$, $[-dx_eps; dx_eps]$ (линейная скорость учитывается, т. к. нечеткие правила, выполняющие стабилизацию маятника в верхнем положении, являются чувствительными к ее значению). Все перечисленные значения, кроме Q_eps , находятся в окрестности нуля. Их значения, так же как и границы для множеств углов маятника $\Delta\theta_1, \Delta\theta_2, \Delta\theta_3$ находятся последовательным приближением с проверкой результатов.

Восстановление не измеряемых переменных объекта управления (линейная и угловая скорости) производится на основе измеряемых переменных и управления, наблюдателем состояния пониженного порядка, рассчитанным по модели (2).

На рис. 5 приведена обобщенная структурная схема предлагаемой системы управления.

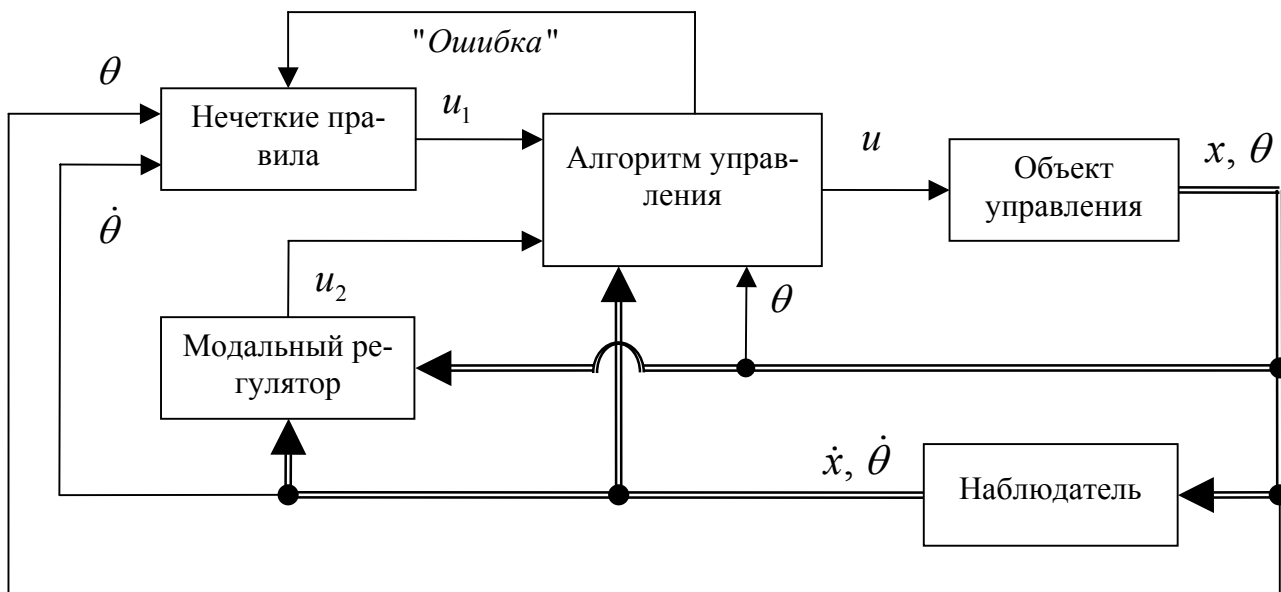


Рисунок 5 — Обобщенная структурная схема системы управления

Моделирование работы системы проводилось в пакете Matlab 6.5 / Simulink для объекта (1) со следующими параметрами: $m = 0.1 \text{ кг}$, $M = 4.4 \text{ кг}$, $g = 9.80665 \text{ м/с}^2$, $l = 0.115 \text{ м}$, $J = 2.14 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $c = 4.9 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$, $k = 19.2 \text{ кг/с}$.

На рис. 6 приведены результаты моделирования для задания на перемещение платформы, равного 1,5 м. Показаны этапы:

- стабилизации маятника в вертикальном положении (0 – 5 с);
- перемещения платформы на заданное расстояние (5 – 10 с);
- потеря устойчивости маятником вследствие действия возмущений (10 – 11 с);
- стабилизация маятника в нижнем положении (11 – 14 с);
- повторная стабилизация в верхнем положении (14 – 18 с);
- повторное перемещение платформы (18 – 25 с).

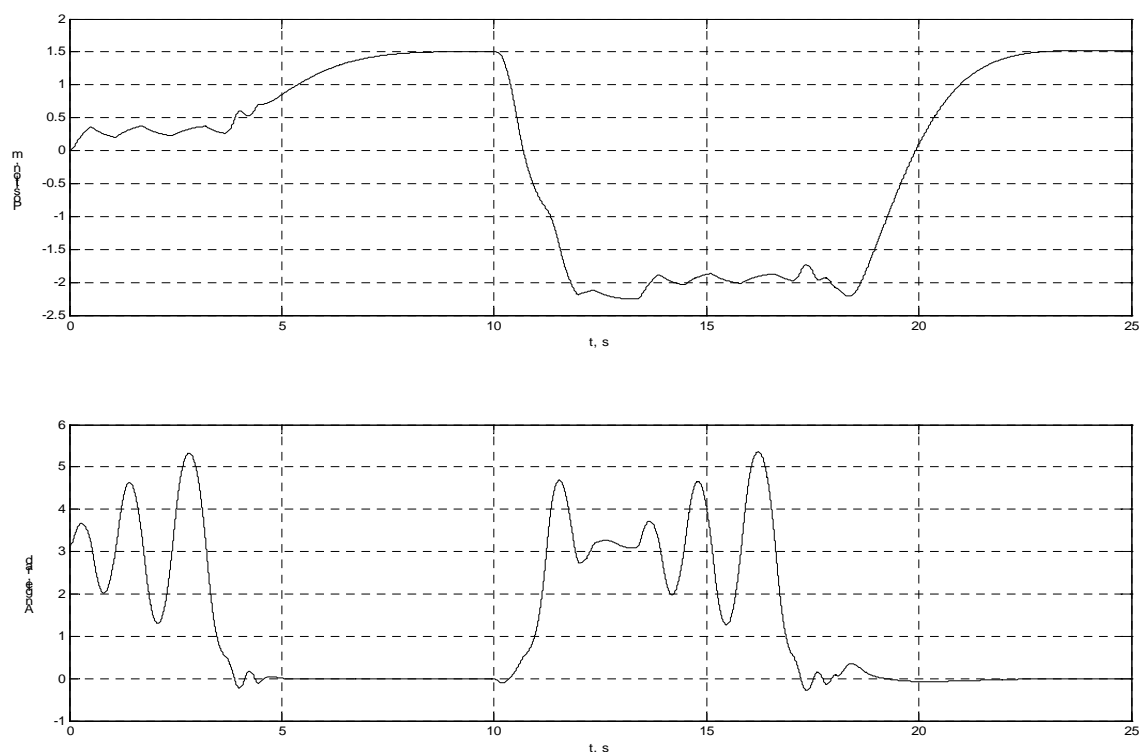


Рисунок 6 — Результаты моделирования работы системы

Выводы.

1. Проведено исследование методов управления нелинейным неустойчивым механическим объектом, в качестве которого выбран инверсный маятник, закрепленный на подвижной платформе.
2. Разработан теоретический алгоритм управления, сочетающий элементы теории нечеткой логики и линейной теории модального управления.
3. На уровне компьютерного моделирования показана работоспособность предложенного алгоритма.

Литература

1. Нейроуправление и его приложения. Кн. 2. / Сигеру Омату, Марзуки Халид, Рубия Юсоф. — М.: ИПРЖР, 2000. — 272 с.

Здано в редакцію:
19.02.2009р.

Рекомендовано до друку:
д.т.н, проф. Скобцов Ю.О.